المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2021

- الموضوع -

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS | NS 22ST

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها (باللغة الفرنسية)	المعامل	7

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ **L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;**
- ✓ **Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;**
- ✓ **L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.**

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	**fonctions numériques**	**2 points**
Exercice 2	**suites numériques**	**4 points**
Exercice 3	**Nombres complexes**	**5 points**
Problème	**Etude de fonctions numériques et calcul intégral**	**9 points**

- ✓ **On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z**
- ✓ **ln désigne la fonction logarithme népérien**

Exercice 1 : (2 points)

0.5 **1) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :** $e^{2x}-4e^{x}+3=0$

0.5 **b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :** $e^{2x}-4e^{x}+3\leq 0$

0.5 **c) Calculer** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-4e^{x}+3}{e^{2x}-1}$

0.5 **2) Montrer que l'équation** $e^{2x}+e^{x}+4x=0$ **admet une solution dans l'intervalle** $\left[-1,0\right]$

Exercice 2 : (4 points)

Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0=\dfrac{1}{2}$ **et** $u_{n+1}=\dfrac{u_n}{3-2u_n}$ **pour tout n de $I\!N$**

0.25 **1) Calculer** u_1

0.5 **2) Montrer par récurrence que pour tout n de $I\!N$,** $0<u_n\leq\dfrac{1}{2}$

0.5 **3) a) Montrer que pour tout n de $I\!N$,** $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}\leq\dfrac{1}{2}$

0.5 **b) En déduire la monotonie de la suite (u_n)**

0.75 **4) a) Montrer que pour tout n de $I\!N$,** $0<u_n\leq\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$ **; puis calculer la limite de la suite (u_n)**

0.5 **b) On pose $v_n=\ln\left(3-2u_n\right)$ pour tout n de $I\!N$, calculer** $\lim v_n$

0.5 **5) a) Vérifier que pour tout n de $I\!N$,** $\dfrac{1}{u_{n+1}}-1=3\left(\dfrac{1}{u_n}-1\right)$

0.5 **b) En déduire u_n en fonction de n pour tout n de $I\!N$**

Exercice 3 : (5 points)

0.75 **1) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation :** $z^2-\sqrt{3}z+1=0$

2) Soient les nombres complexes $a=e^{i\frac{\pi}{6}}$ **et** $b=\dfrac{3}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

0.25 **a) Ecrire a sous forme algébrique.**

0.5 **b) Vérifier que** $\overline{a}b=\sqrt{3}$

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$, on considère les points A , B et C d'affixes respectives a, b et $\overline{a}$.

0.5 **3) Montrer que le point B est l'image du point A par une homothétie h de centre O dont on déterminera le rapport.**

	4) Soient z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$
0.5	**a) Ecrire z' en fonction de z et a.**
0.25	**b) Soit d l'affixe du point D image de C par la rotation R, montrer que $d = a+1$**
0.5	**c) Soit I le point d'affixe le nombre 1 , montrer que $ADIO$ est un losange .**
0.75	**5)a) Vérifier que $d-b=\frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i)$; en déduire un argument du nombre $d-b$**
0.5	**b) Ecrire le nombre $1-b$ sous forme trigonométrique ,**
0.5	**c) Déduire une mesure de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{BI},\overrightarrow{BD}}\right)$**
	Problème : (9 points)
	Soit la fonction f définie sur $[0,+\infty[$ par : $f(0)=0$ et $f(x)=2x\ln x-2x$ si $x>0$
	et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (unité : 1cm)
0.5	**1) Montrer que f est continue à droite au point 0.**
0.5	**2)a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$**
0.5	**b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ puis interpréter géométriquement le résultat**
0.75	**3) a) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{f(x)}{x}$ et interpréter géométriquement le résultat**
0.5	**b) Calculer $f'(x)$ pour tout x de $]0,+\infty[$**
0.5	**c) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[0,+\infty[$**
0.5	**4) a) Résoudre dans l'intervalle $]0,+\infty[$ les équations $f(x)=0$ et $f(x)=x$**
1	**b) Construire la courbe (C) dans le repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (on prend $e^{\frac{3}{2}}\simeq 4.5$)**
0.5	**5) a) En utilisant une intégration par parties, montrer que $\int_1^e x\ln x\,dx=\frac{1+e^2}{4}$**
0.5	**b) En déduire : $\int_1^e f(x)\,dx$**
0.25	**6)a) Déterminer le minimum de f sur $]0,+\infty[$**
0.5	**b) En déduire que pour tout x de $]0,+\infty[$, $\ln x \geq \frac{x-1}{x}$**

	7) Soit g la restriction de la fonction f à l'intervalle $[1,+\infty[$
0.5	**a) Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J qu'on déterminera.**
0.75	**b) Construire dans le même repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ la courbe représentative de la fonction g^{-1}**
	8) on considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $\begin{cases} h(x)=x^3+3x \quad ; \; x\le 0 \\ h(x)=2x\ln x-2x \quad ; \; x>0 \end{cases}$
0.5	**a) Etudier la continuité de h au point 0**
0.5	**b) Etudier la dérivabilité de la fonction h à gauche au point 0 puis interpréter géométriquement le résultat.**
0.25	**c) La fonction h est-elle dérivable au point 0 ? justifier.**