الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك المهنية
الدورة العادية 2021
- الموضوع -

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS	NS 101

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3h
الشعبة أو المسلك	شعبة الهندسة الميكانيكية بمسالكها وشعبة الهندسة الكهربائية بمسالكها وشعبة هندسة البناء والأشغال العمومية بمسالكها وشعبة الفلاحة بمسلكها	المعامل	7

Instructions au candidat(e)	تعليمات للمترشح(ة)
Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.	**هام: يتعين على المترشح(ة) قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها.**
Le document que vous avez entre les mains est de 4 pages : la première est réservée aux recommandations.	**تتكون الوثيقة التي بين يديك من 4 صفحات: الأولى منها خاصة بالتوجيهات.**
• **Répondre aux questions du sujet avec précision et soin ;**	• **يتعين عليك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛**
• **L'usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisé ;**	• **يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛**
• **Vous devez justifier les résultats**	• **ينبغي عليك تعليل النتائج**
• **Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre que vous choisissez, mais veuillez numéroter les exercices et les questions ;**	• **يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره(تختارينه)، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة، الوارد في الموضوع؛**
• **Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible ;**	• **ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛**
• **Il est souhaitable que les pages soient numérotées pour faciliter la correction ;**	• **يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح؛**
• **Eviter l'écriture au stylo rouge ;**	• **يتعين تجنب الكتابة بقلم أحمر؛**
• **Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen.**	• **تحقق(ي) من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.**

Exercice n°1:(4.5pts)

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0 = 0$ **et** $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - \frac{2}{3}$ **pour tout** n **de** IN

0.5 **1. Calculer** u_1 **et** u_2

0.5 **2. Montrer par récurrence que pour tout** n **de** $\mathbb{N}$ **:** $u_n > -1$

0.5 **3.a. Montrer que pour tout** n **de** $\mathbb{N}$ **:** $u_{n+1} - u_n = -\frac{2}{3}(u_n + 1)$

0.25 **3.b. En déduire que** $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **est une suite décroissante.**

0.25 **3.c. Déduire de ce qui précède que la suite** $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **est convergente.**

4. On pose pour tout n **de** $\mathbb{N}$ **:** $v_n = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{2}$

1 **4.a. Montrer que pour tout** n **de** $\mathbb{N}$ **:** $v_{n+1} = \frac{1}{3}v_n$

0.5 **4.b. Calculer** v_0 **et montrer que pour tout** n **de** $\mathbb{N}$ **:** $v_n = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^n$

0.5 **4.c. Vérifier que pour tout** n **de** $\mathbb{N}$ **:** $u_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n - 1$

0.5 **4.d. Calculer** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

Exercice n°2:(4pts)

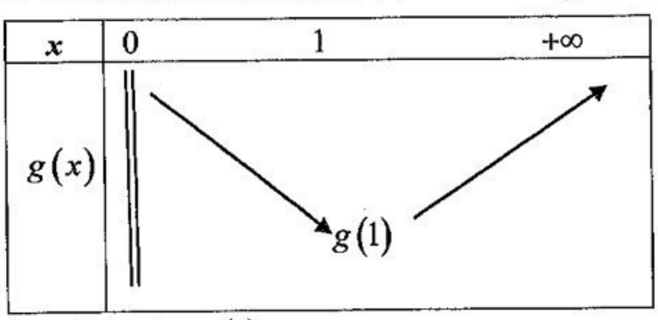
On considère la fonction numérique g **de la variable réelle** x **définie sur** $]0;+\infty[$ **par :**

$$g(x) = x\ln x + \frac{1}{x} + 1$$

0.75 **1.a. Calculer** $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} g(x)$

0.75 **1.b. Calculer** $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2. On donne le tableau de variations de g **ci-dessous :**



0.5 **2.a. Calculer** $g(1)$

1 **2.b. A partir du tableau de variations de** g**, montrer que :** $\forall x \in]0;+\infty[\ , \ln x + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \geq 0$

1 **2.c. En posant** $t = \frac{1}{x}$**, montrer que :** $\forall t \in]0;+\infty[\ , t^2 \geq t + \ln t$ **(Utiliser la question 2.b)**

Exercice n°3:(2.5pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$f(x)=x^2-1+\ln x$$

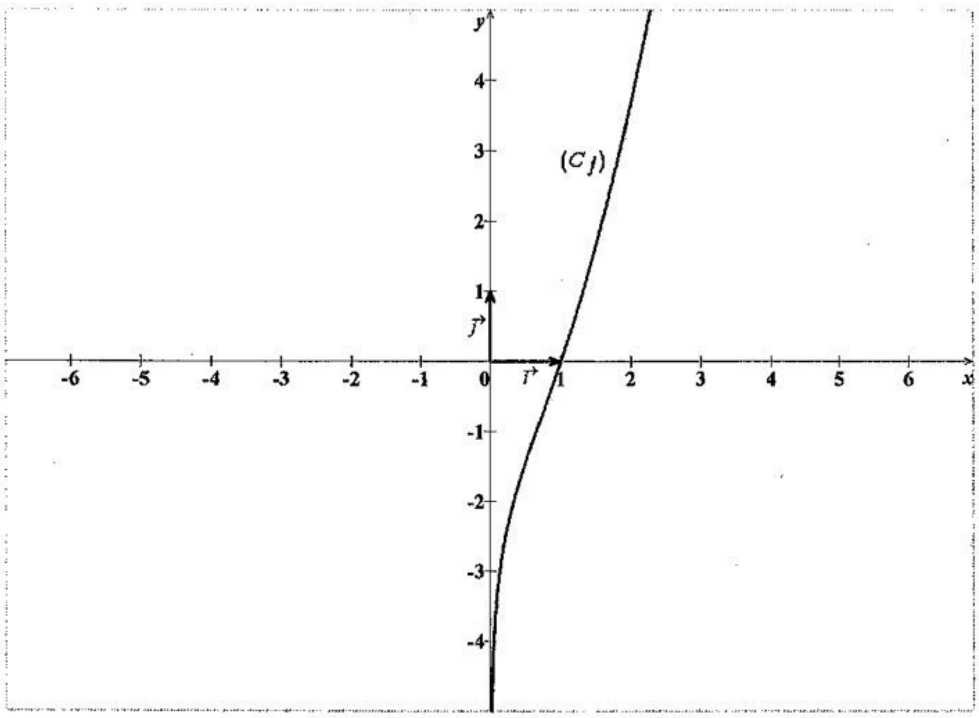
et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. Montrer que la fonction F définie par :

1 $F(x)=\frac{1}{3}x^3-2x+x\ln x$ **est une primitive de f sur $]0;+\infty[$**

0.75 **2. Donner à partir de la courbe (C_f) le signe de f sur $]0;+\infty[$**

0.75 **3. En déduire les variations de F sur $]0;+\infty[$**



Exercice n°4:(4.5pts)

1.25 **1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2-2z+2=0$**

2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $z_A=1+i$, $z_B=1-i$, $z_C=2$ et $z_D=2+2i$

1 **2.a. Donner sous forme algébrique les nombres : $\frac{z_A+z_C}{2}$ et $\frac{z_B+z_D}{2}$**

0.75 **2.b. En déduire que $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu.**

0.5 **2.c. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Justifier.**

0.5 **3.a. Donner l'écriture algébrique de $\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}$**

0.5 **3.b. En déduire que $\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}\right)\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi]$**

Exercice n°5:(2.5pts)

0.5	**1. Vérifier que :** $(\forall x \in \mathbb{R}):(e^x-3)(e^x-1)=e^{2x}-4e^x+3$
1	**2. En déduire les deux solutions de l'équation :** $e^{2x}-4e^x+3=0$
1	**3. Etudier le signe de l'expression** $e^{2x}-4e^x+3$ **sur** $\mathbb{R}$

Exercice n°6:(2pts)

1	**1. Calculer** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2-e^x\right)$
1	**2. Calculer** $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{x^3}{x+1}e^x+xe^x+1\right)$