

- تحقق(ي) من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

### Exercice n°1:(5 pts)

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite numérique définie par :  $u_0 = -1$  et  $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - \frac{1}{2}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$

- |      |                                                                                                                     |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 0.5  | 1. Calculer $u_1$ et $u_2$                                                                                          |
| 1    | 2. Montrer par récurrence que pour tout $n$ de $\mathbb{N}$ : $u_n < -\frac{3}{4}$                                  |
| 0.5  | 3.a. Montrer que pour tout $n$ de $\mathbb{N}$ : $u_{n+1} - u_n = -\frac{2}{3}\left(u_n + \frac{3}{4}\right)$       |
| 0.5  | 3.b. En déduire que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite croissante.                                            |
| 0.25 | 4. Déduire de ce qui précède que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente.                               |
|      | 5. On pose pour tout $n$ de $\mathbb{N}$ : $v_n = u_n + \frac{3}{4}$                                                |
| 0.25 | 5.a. Calculer $v_0$                                                                                                 |
| 0.5  | 5.b. Montrer que $(v_n)$ est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$                                          |
| 0.5  | 5.c. Donner $v_n$ en fonction de $n$                                                                                |
| 0.5  | 5.d. En déduire que pour tout $n$ de $\mathbb{N}$ : $u_n = -\frac{1}{4}\left[\left(\frac{1}{3}\right)^n + 3\right]$ |
| 0.5  | 6. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$                                                                      |

### Exercice n°2:(5.5pts)

On considère la fonction numérique  $g$  de la variable réelle  $x$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :

$$g(x) = 1 - \frac{1}{x^2} + \ln x$$

- |      |                                                                                                              |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1    | 1. Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$         |
| 0.75 | 2.a. Montrer que : $\forall x > 0 ; g'(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^3}$                                     |
| 0.5  | 2.b. Donner le signe de $g'(x)$ sur $]0; +\infty[$                                                           |
| 1    | 3.a. Calculer $g\left(\frac{1}{e}\right)$ et $g(1)$ puis dresser le tableau de variations de $g$             |
| 1    | 3.b. A partir du tableau de variations de $g$ , donner le signe de $g(x)$ sur $]0; 1]$ et sur $[1; +\infty[$ |
| 1.25 | 3.c. A l'aide du tableau de variations, résoudre l'inéquation : $1 + e^2 + \ln x \geq \frac{1}{x^2}$         |

### Exercice n°3:(5.5pts)

On considère la fonction numérique  $f$  de la variable réelle  $x$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :

$$f(x) = (\ln x)^2 - \ln x$$

- |   |                                                                                                      |
|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | 1. Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ |
|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|        |   |        |                                                                                                                                                                |                                                                                     |
|--------|---|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| الصفحة | 3 | NS 26F | الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2021 - الموضوع<br>- مادة: الرياضيات- مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي (باللغة الفرنسية) |  |
| 3      |   |        |                                                                                                                                                                |                                                                                     |

- 1 2.a. Montrer que :  $\forall x > 0; f'(x) = \frac{1}{x}(2\ln x - 1)$
- 1 2.b. Montrer que  $f'(x) \leq 0$  sur  $]0; \sqrt{e}]$  et  $f'(x) \geq 0$  sur  $[\sqrt{e}; +\infty[$
- 1 2.c. Calculer  $f(\sqrt{e})$  et  $f(e)$  puis dresser le tableau de variations de  $f$
3. A partir du tableau de variations de  $f$  :
- 0.5 3.a. Donner la valeur minimale de  $f$  sur  $]0; +\infty[$
- 1 3.b. Déterminer l'image de l'intervalle  $[\sqrt{e}; e]$  par  $f$

#### Exercice n°4:(4pts)

Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes.

1. Calculer les limites suivantes :

0.5 a.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2}{x} + \frac{e^x}{e^x - 1} \right)$

0.5 b.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 2x + \frac{e^x}{e^x - 1} \right)$

0.5 c.  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left( \frac{e^x - 1}{x^2} \right)$

2.

0.5 2.a. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation suivante :  $t^2 + t - 2 = 0$

1 2.b. En déduire dans  $\mathbb{R}$  les solutions de l'équation suivante :  $e^{2x} + e^x - 2 = 0$

1 3. Donner une primitive  $H$  de la fonction  $h$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :

$$h(x) = e^x + \frac{2\ln x}{x}$$