

Remarques importantes:

- * Les documents, les calculatrices et les téléphones portables sont interdits.
- * Parmi les 4 propositions proposées une seule est correcte.
- * Cocher la case qui correspond à la réponse correcte sur la fiches de réponses

Barème:

- * Réponse juste = 4 points
- * Réponse fausse ou deux cases cochées = -1 point
- * Sans réponse = 0 point

Question 1:

- Laquelle des parties S ci-après est un sous espace vectoriel de \mathbb{R}^3 :

(A) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = 1\}$;

(B) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x - y + 2z = 0\}$; ✓

(C) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x - y^2 = 0 \text{ et } z = 0\}$

(D) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y + z^2 = 0\}$.

Question 2:

Dans \mathbb{C} , le corps des nombres complexes, on considère l'équation en "z" donnée par:

$$z^3 = -i8.$$

- Laquelle des propositions suivantes est correcte:
L'ensemble S des solutions est:

(A) $S = \{2i, (\sqrt{3} + i), (\sqrt{3} - i)\}$;

(B) $S = \{2i, (\sqrt{3} + i), (-\sqrt{3} + i)\}$;

(C) $S = \{2i, (-\sqrt{3} - i), (\sqrt{3} - i)\}$; ✓

(D) $S = \{2i, (-\sqrt{3} - i), (-\sqrt{3} + i)\}$.

Question 3:

Soit f une application réelle sur un intervalle I de \mathbb{R} . Pour le théorème des valeurs intermédiaires; laquelle des propositions suivantes est nécessaire: L'application f est

- (A) n - fois dérivable ; (B) dérivable
(C) indéfiniment dérivable ; (D) continue

Question 4:

On considère l'application

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$
$$(x, y) \mapsto f(x, y) = \begin{cases} \left(\frac{xy}{x^2+y^2}\right) & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ \frac{1}{2} & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- Laquelle des propositions suivantes est correcte: En $(0, 0)$, l'application f

- (A) n'a pas de limite ; (B) a une limite
(C) est continue ; (D) Aucune

Question 5:

On considère l'application

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$
$$(x, y) \mapsto f(x, y) = \begin{cases} \left(\frac{x^3-y^3}{x^2+y^2}\right) & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- Laquelle des propositions suivantes est correcte: En $(0, 0)$, l'application f

- (A) n'admet pas de dérivées partielles continues
(B) admet des dérivées partielles
(C) est différentiable
(D) est continument différentiable

Question 6:

On considère les intégrales

$$I = \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^2 x dx \right) \text{ et } J = \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x dx \right).$$

- Laquelle des égalités suivantes est correcte:

(A) $I - J = 1$; (B) $I + J = 0$

(C) $I + J = 1$; (D) $I - J = 0$

Question 7:

Entre deux espaces vectoriels normés, laquelle des propositions suivantes est correcte:
Toute application

(A) dérivable est continue ; (B) dérivable est C^∞

(C) continue est dérivable ; (D) Aucune

Question 8:

Pour tout $a > 0$; on considère le domaine de l'espace

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / (x^2 + y^2 + z^2) \leq a^2\}$$

et soit l'intégrale triple

$$K = \iiint_D \left(\frac{\arctan x}{y^2 + z^2 + 1} + \frac{y^3}{x^2 + z^2 + 1} + \frac{\sin z}{x^2 + y^2 + 1} + 3 \right) dx dy dz.$$

- Laquelle des égalités suivantes est correcte:

(A) $K = 4\pi a^3 + \frac{\pi}{2}$; (B) $K = 4\pi a^3 + \frac{\pi}{4}$

(C) $K = 4\pi a^3 + \frac{\pi}{3}$; (D) $K = 4\pi a^3$

Question 9:

On considère la matrice A la matrice carrée d'ordre trois donnée par

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

- Laquelle des propositions suivantes est correcte: Parmi les valeurs propres de A ;

(A) 0 en est une ; (B) 1 est négative

(C) toutes de même signe ; (D) 1 est positive

Question 10:

On considère la fonction réelle d'une seule variable réelle donnée par

$$f(x) = \left(\int_0^{(x^3+1)} \ln(1+|t|) dt \right) ; x \in \mathbb{R}.$$

- Laquelle des propositions suivantes est correcte: La fonction f est

- (A) décroissante sur \mathbb{R} ; (B) croissante sur \mathbb{R}_+
(C) croissante sur \mathbb{R} ; (D) décroissante sur \mathbb{R}_-

Question 11:

Soit f une application continue et strictement monotone un intervalle I de \mathbb{R} .

- Laquelle des propositions suivantes est correcte: L'application f est

- (A) injective ; (B) surjective
(C) Aucune ; (D) bijective

Question 12:

On considère $(X_n)_n$ une suite de variables aléatoires indépendantes suivant les lois de Bernoulli de paramètre $p_n \in [0, 1]$; ($n \geq 1$). Laquelle des propositions suivantes est correcte: La suite $(X_n)_n$ converge en probabilité vers 0 si, et seulement si,

- (A) La série $(\sum_n p_n)$ converge
(B) Aucune
(C) La suite $(X_n)_n$ converge presque sûrement vers 0
(D) La suite des paramètres $(p_n)_n$ converge vers 0

Question 13:

Soit (E, τ) un espace compact. Laquelle des propositions suivantes est la proposition correcte: Toute topologie séparée sur E

- (A) est moins fine que τ ; (B) est plus fine que τ
(C) moins fine que τ est équivalente à τ ; (D) Aucune

Question 14:

Soient (E, d_E) et (F, d_F) deux espaces métriques.

- Laquelle des propositions suivantes est correcte: Toute application continue

- (A) admet un point fixe ; (B) sur un compact est uniformément continue
- (C) est uniformément continue ; (D) sur un connexe est uniformément continue

Question 15:

Soit (E, d) un espace métrique. Laquelle des propositions suivantes est correcte: Toute suite de Cauchy

- (A) ayant une valeur d'adhérence est convergente ; (B) est convergente
- (C) admet une valeur d'adhérence ; (D) Aucune

Question 16:

Soit (E, T) un espace topologique. Laquelle des propositions suivantes est correcte:

- (A) L'intersection de connexes est connexe;
- (B) La réunion de connexes non disjoints est connexe;
- (C) La réunion de connexes est connexe;
- (D) Le complémentaire d'un connexe est connexe.

Question 17:

On considère $(X_n)_n$ une suite de variables aléatoires. Laquelle des propositions suivantes est correcte: La suite $(X_n)_n$ converge en loi vers une véritable aléatoire X si, et seulement si, on a

$$\lim_n E(f(x_n)) = E(f(x))$$

pour toute fonction

- (A) mesurable ; (B) continue et bornée
- (C) continue ; (D) mesurable et bornée

Question 18:

Soient (E, τ) un espace topologique et (F, d) un espace métrique. Laquelle des propositions suivantes est correcte: La famille

$\mathcal{P} \subset \mathcal{F}(E, F)$ est équicontinue en $a \in E$ si, et seulement si,

(A) Toute application $f \in \mathcal{P}$ est continue en $a \in E$.

(B) Pour tout $r > 0$ et pour tout $f \in \mathcal{P}$ on a

$f^{-1}(B(f(a), r))$ est un voisinage de $a \in E$;

(C) Pour tout $r > 0$ on a

$\left(\bigcap_{f \in \mathcal{P}} f^{-1}(B(f(a), r)) \right)$ est un voisinage de $a \in E$;

(D) Pour tout $r > 0$ on a

$\left(\bigcup_{f \in \mathcal{P}} f^{-1}(B(f(a), r)) \right)$ est un voisinage de $a \in E$;

Que la chance soit avec vous.