الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2018

-الموضوع-

NS22ST

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها (باللغتين العربية والفرنسية)	المعامل	7

يمكن للمترشح تناول الموضوع باللغة العربية أو باللغة الفرنسية

Le candidat pourra traiter au choix le sujet en arabe ou en français

تعليمات عامة INSTRUCTIONS GENERALES

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

مكونات الموضوع COMPOSANTES DU SUJET

يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل و المتتاليات العددية	11 نقطة

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral et suites numériques	11 points

التمرين الأول (3 نقط):

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(0,-2,-2)$ و $B(1,-2,-4)$ و $C(-3,-1,2)$

1) بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=2\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$ ثم استنتج أن $2x+2y+z+6=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) — 1

2) لتكن (S) الفلكة التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-2x-2z-23=0$

تحقق من أن مركز الفلكة (S) هو $\Omega(1,0,1)$ و أن شعاعها هو $R=5$ — 0.5

3) أ- تحقق من أن $\begin{cases}x=1+2t\\y=2t\\z=1+t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على المستوى (ABC) — 0.25

ب- حدد إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) و المستوى (ABC) — 0.5

4) تحقق من أن $d(\Omega,(ABC))=3$ ثم بين أن المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة شعاعها 4 يتم تحديد مركزها. — 0.75

التمرين الثاني (3 نقط) :

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $2z^2+2z+5=0$ — 0.75

2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$، نعتبر R الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{2\pi}{3}$

أ - أكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي $d=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ — 0.25

ب - لتكن النقطة A التي لحقها $a=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$ و B صورة النقطة A بالدوران R

ليكن b لحق النقطة B ، بين أن $b=d.a$ — 0.5

3) لتكن t الإزاحة التي متجهتها $\overrightarrow{OA}$ و النقطة C صورة B بالإزاحة t و c لحق النقطة C

أ - تحقق من أن $c=b+a$ ثم استنتج أن $c=a\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$ (يمكنك استعمال السؤال 2) ب-) — 0.75

ب – حدد $\arg\left(\frac{c}{a}\right)$ ثم استنتج أن المثلث OAC متساوي الأضلاع . — 0.75

التمرين الثالث (3 نقط) :

يحتوي صندوق على 9 كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس : خمس كرات حمراء و تحمل الأعداد **2 ; 2 ; 2 ; 1 ; 1**

و أربع كرات بيضاء تحمل الأعداد **2 ; 2 ; 2 ; 1**

نعتبر التجربة التالية : نسحب عشوائيا و تآنيا 3 كرات من الصندوق .

لتكن الأحداث : A : "الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون " و B : "الكرات الثلاث المسحوبة تحمل نفس العدد "

و C : "الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون و تحمل نفس العدد "

1) بين أن : $p(A)=\frac{1}{6}$ و $p(B)=\frac{1}{4}$ و $p(C)=\frac{1}{42}$ — 1.5

2) نعيد التجربة السابقة 3 مرات مع إعادة الكرات الثلاث المسحوبة إلى الصندوق بعد كل سحبة، و نعتبر المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد المرات التي يتحقق فيها الحدث A

أ- حدد وسيطي المتغير العشوائي الحداني X — 0.5

ب- بين أن : $p(X=1)=\frac{25}{72}$ و احسب $p(X=2)$ — 1

المسألة (11 نقطة) :

I - لتكن g الدالة العددية المعرفة على IR كما يلي : $g(x)=e^x-x^2+3x-1$

الجدول جانبه يمثل جدول تغيرات الدالة g

x	$-\infty$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

0.25 **1) تحقق من أن** $g(0)=0$

0.5 **2) حدد إشارة $g(x)$ على كل من المجالين** $]-\infty,0]$ **و** $[0,+\infty[$

II– لتكن f الدالة العددية المعرفة على IR بما يلي:

$$f(x)=(x^2-x)\,e^{-x}+x$$

و (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة 1cm)

0.5 **1) أ- تحقق من أن** $f(x)=\dfrac{x^2}{e^x}-\dfrac{x}{e^x}+x$ **لكل x من IR ثم بين أن** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

0.75 **ب – احسب** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x\right)$ **ثم استنتج أن المنحنى (C) يقبل مقاربا (D) بجوار $+\infty$ معادلته** $y=x$

0.5 **ج – تحقق من أن** $f(x)=\dfrac{x^2-x+xe^x}{e^x}$ **لكل x من IR ثم احسب** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

0.5 **د – بين أن** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ **ثم أول النتيجة هندسيا.**

0.25 **2) أ – تحقق من أن** $f(x)-x$ **و** x^2-x **لهما نفس الإشارة لكل x من IR**

0.5 **ب – استنتج أن (C) يوجد فوق (D) على كل من المجالين** $]-\infty,0]$ **و** $[1,+\infty[$ **و تحت (D) على المجال** $[0,1]$

0.75 **3) أ - بين أنه لكل x من IR لدينا** $f'(x)=g(x)\,e^{-x}$

0.5 **ب – استنتج أن الدالة f تناقصية على** $]-\infty,0]$ **و تزايدية على** $[0,+\infty[$

0.25 **ج – ضع جدول تغيرات الدالة f**

0.25 **4)أ- تحقق من أن** $f''(x)=(x^2-5x+4)e^{-x}$ **لكل x من IR**

0.5 **ب- استنتج أن المنحنى (C) يقبل نقطتي انعطاف أفصولاهما على التوالي هما 1 و 4**

1 **5) أنشئ (D) و (C) في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$** *(نأخذ $f(4)\approx 4.2$)*

6) أ – بين أن الدالة $H:x\mapsto(x^2+2x+2)e^{-x}$ **دالة أصلية للدالة** $h:x\mapsto -x^2e^{-x}$ **على IR**

0.5 **ثم استنتج أن** $\int_0^1 x^2e^{-x}dx=\dfrac{2e-5}{e}$

0.75 **ب – باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن** $\int_0^1 xe^{-x}dx=\dfrac{e-2}{e}$

0.75 **ج – احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين (C) و (D) والمستقيمين اللذين معادلتاهما** $x=0$ **و** $x=1$

III – لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $u_0=\dfrac{1}{2}$ **و** $u_{n+1}=f(u_n)$ **لكل n من $\mathbb{N}$**

0.75 **1) بين أن** $0\le u_n\le 1$ **لكل n من $\mathbb{N}$** *(يمكن استعمال نتيجة السؤال II– 3) ب -)*

0.5 **2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية .**

0.75 **3) استنتج أن (u_n) متقاربة و حدد نهايتها.**