الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2018

-الموضوع-

NS22ST

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها (باللغتين العربية والفرنسية)	المعامل	7

يمكن للمترشح تناول الموضوع باللغة العربية أو باللغة الفرنسية

Le candidat pourra traiter au choix le sujet en arabe ou en français

INSTRUCTIONS GENERALES تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

- ✓ **L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;**
- ✓ **Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;**
- ✓ **L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.**

COMPOSANTES DU SUJET مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل و المتتاليات العددية	11 نقطة

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	**Géométrie dans l'espace**	**3 points**
Exercice 2	**Nombres complexes**	**3 points**
Exercice 3	**Calcul des probabilités**	**3 points**
Problème	**Etude d'une fonction numérique, calcul intégral et suites numériques**	**11 points**

	Exercice 1 : (3 points)
	Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points $A(0,\,-2\,,-2)$, $B(1,-2\,,\,-4)$ et $C(-3\,,-1\,,\,2)$
1	1) Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=2\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$ et en déduire que $2x+2y+z+6=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)
	2) On considère la sphère (S) dont une équation est $x^2+y^2+z^2-2x-2z-23=0$
0.5	Vérifier que la sphère (S) a pour centre $\Omega(1,0,1)$ et pour rayon $R=5$
0.25	3) a) Vérifier que $\begin{cases}x=1+2t\\ y=2t\\ z=1+t\end{cases};(t\in\mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point Ω et orthogonale au plan (ABC)
0.5	b) Déterminer les coordonnées de H point d'intersection de la droite (Δ) et du plan (ABC)
0.75	4) Vérifier que $d(\Omega,(ABC))=3$, puis montrer que le plan (ABC) coupe la sphère (S) selon un cercle de rayon 4, dont on déterminera le centre .
	Exercice 2 : (3 points)
0.75	1) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation : $2z^2+2z+5=0$
	2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère la rotation R de centre O et d'angle $\dfrac{2\pi}{3}$
0.25	a) Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe $d=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$
	b) On considère le point A d'affixe $a=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}i$ et le point B image du point A par la rotation R .
0.5	Soit b l'affixe du point B , montrer que $b=d.a$
	3) Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{OA}$ et C l'image de B par la translation t et c l'affixe de C
0.75	a) Vérifier que $c=b+a$ et en déduire que $c=a\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)$ *(on pourra utiliser la question 2)b))*
0.75	b) Déterminer $\arg\left(\dfrac{c}{a}\right)$ puis en déduire que le triangle OAC est équilatéral .

Exercice 3 : (3 points)

Une urne contient 9 boules indiscernables au toucher : cinq boules rouges portant les nombres **1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2** et quatre boules blanches portant les nombres **1 ; 2 ; 2 ; 2**

On considère l'expérience suivante : on tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne .

Soient les événements :

A : "les trois boules tirées sont de même couleur "
B : "les trois boules tirées portent le même nombre "
C : "les trois boules tirées sont de même couleur et portent le même nombre "

1.5 — 1) Montrer que $p(A)=\dfrac{1}{6}$, $p(B)=\dfrac{1}{4}$ et $p(C)=\dfrac{1}{42}$

2) On répète l'expérience précédente trois fois avec remise dans l'urne des trois boules tirées après chaque tirage, et on considère la variable aléatoire X qui est égale au nombre de fois de réalisation de l'événement A

0.5 — a) Déterminer les paramètres de la variable aléatoire binomiale X

1 — b) Montrer que $p(X=1)=\dfrac{25}{72}$ et calculer $p(X=2)$

Problème : (11 points)

I) Soit g la fonction numérique définie sur IR par :

$$g(x)=e^x-x^2+3x-1$$

Le tableau ci-contre est le tableau de variations de la fonction g

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$ $\nearrow$	$+\infty$

0.25 — 1) Vérifier que $g(0)=0$

0.5 — 2) Déterminer le signe de $g(x)$ sur chacun des intervalles $]-\infty,0]$ et $[0,+\infty[$

II) Soit f la fonction numérique définie sur IR par : $f(x)=(x^2-x)\,e^{-x}+x$

et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité : $1\ cm$)

0.5 — 1) a) Vérifier que $f(x)=\dfrac{x^2}{e^x}-\dfrac{x}{e^x}+x$ pour tout x de IR puis montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

0.75 — b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)$ puis en déduire que (C) admet une asymptote (D) au voisinage de $+\infty$ d'équation $y=x$

0.5 — c) Vérifier que $f(x)=\dfrac{x^2-x+xe^x}{e^x}$ pour tout x de IR puis calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

0.5 — d) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ et interpréter le résultat géométriquement .

0.25 — 2) a) Montrer que $f(x)-x$ et x^2-x ont le même signe pour tout x de IR

0.5 — b) En déduire que (C) est au dessus de (D) sur chacun des intervalles $]-\infty,0]$ et $[1,+\infty[$, et en dessous de (D) sur l'intervalle $[0,1]$

0.75 — 3)a) Montrer que $f'(x)=g(x)\,e^{-x}$ pour tout x de IR

0.5	**b) En déduire que la fonction** f **est décroissante sur** $]-\infty,0]$ **et croissante sur** $[0,+\infty[$
0.25	**c) Dresser le tableau de variations de la fonction** f
0.25	**4)a) Vérifier que** $f''(x)=(x^2-5x+4)e^{-x}$ **pour tout** x **de** $\mathbb{R}$
0.5	**b) En déduire que la courbe** (C) **admet deux points d'inflexion d'abscisses respectives 1 et 4**
1	**5) Construire** (D) **et** (C) **dans le même repère** $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ **(on prend :** $f(4)\approx 4.2$ **)**
0.5	**6)a) Montrer que la fonction** $H: x\mapsto (x^2+2x+2)e^{-x}$ **est une primitive de la fonction** $h: x\mapsto -x^2e^{-x}$ **sur** $\mathbb{R}$ **puis en déduire que** $\int_0^1 x^2e^{-x}dx=\dfrac{2e-5}{e}$
0.75	**b) A l'aide d'une intégration par parties montrer que** $\int_0^1 xe^{-x}dx=\dfrac{e-2}{e}$
0.75	**c) Calculer en** cm^2 **l'aire du domaine plan limité par** (C) **et** (D) **et les droites d'équations** $x=0$ **et** $x=1$
	III) Soit (u_n) **la suite numérique définie par :** $u_0=\dfrac{1}{2}$ **et** $u_{n+1}=f(u_n)$ **pour tout** n **de** $\mathbb{N}$
0.75	**1) Montrer que** $0\le u_n\le 1$ **pour tout** n **de** $\mathbb{N}$ *(on pourra utiliser le résultat de la question II)3)b))*
0.5	**2) Montrer que la suite** (u_n) **est décroissante .**
0.75	**3) En déduire que** (u_n) **est convergente et déterminer sa limite.**