

الصفحة 1 6	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة العادية 2017 - الموضوع -	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه
★★	NS22ST	

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها (باللغتين العربية و الفرنسية)	المعامل	7

تعليمات عامة

- * يمكن للمترشح تناول الموضوع باللغة العربية أو باللغة الفرنسية ؛
- * يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- * يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- * ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع COMPOSANTES DU SUJET

* يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين ومسألة، مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول : الهندسة الفضائية	3 نقط	Exercice 1 : Géométrie dans l'espace
التمرين الثاني : حساب الاحتمالات	3 نقط	Exercice 2 : Calcul de probabilités
التمرين الثالث : الأعداد العقدية	3 نقط	Exercice 3 : Nombres complexes
المسألة : دراسة دالة عددية و حساب التكامل و المتتاليات العددية	11 نقطة	Problème : Etude de fonction , calcul intégral et suites numériques

* بالنسبة للمسألة ، ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

الموضوع باللغة العربية

التمرين الأول: (3 نقط)

- نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، المستوى (P) المار من النقطة $A(0, 1, 1)$ و $\vec{u}(1, 0, -1)$ متجهة منظمية عليه و الفلكة (S) التي مركزها النقطة $\Omega(0, 1, -1)$ و شعاعها $\sqrt{2}$
- 1- أ- بين أن $x - z + 1 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (P) 0.5
- ب- بين أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) و تحقق من أن $B(-1, 1, 0)$ هي نقطة التماس. 0.75
- 2- أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من النقطة A و العمودي على المستوى (P) 0.25
- ب- بين أن المستقيم (Δ) مماس للفلكة (S) في النقطة $C(1, 1, 0)$ 0.75
- 3- بين أن $\vec{OC} \wedge \vec{OB} = 2\vec{k}$ و استنتج مساحة المثلث OCB 0.75

التمرين الثاني: (3 نقط)

0	2	2	2
0	1	2	4

يحتوي صندوق على ثماني كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس و تحمل كل واحدة منها عددا كما هو مبين في الشكل جانبه.

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق.

- 1- نعتبر الحدث A : " من بين الكرات الثلاث المسحوبة لا توجد أية كرة تحمل العدد 0 " 1.5
- و الحدث B : " جداء الأعداد التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 8 " .

بين أن $p(A) = \frac{5}{14}$ و أن $p(B) = \frac{1}{7}$

- 2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بجداء الأعداد التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة.

أ- بين أن $p(X=16) = \frac{3}{28}$ 0.5

x_i	0	4	8	16
$p(X = x_i)$				$\frac{3}{28}$

- ب- الجدول جانبه يتعلق بقانون احتمال المتغير العشوائي X 1

أتم ملء الجدول بعد نقله على ورقة تحريرك مغللا أجوبتك.

التمرين الثالث: (3 نقط)

نعتبر العددين العقديين a و b بحيث $a = \sqrt{3} + i$ و $b = \sqrt{3} - 1 + (\sqrt{3} + 1)i$

- 1- أ- تحقق من أن $b = (1 + i)a$ 0.25

ب- استنتج أن $|b| = 2\sqrt{2}$ و أن $\arg b \equiv \frac{5\pi}{12} [2\pi]$ 0.5

ج- استنتج مما سبق أن $\cos \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ 0.5

- 2- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$

نعتبر النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما a و b و النقطة C التي لحقها $c = -1 + i\sqrt{3}$ بحيث

أ- تحقق من أن $c = ia$ و استنتج أن $OA = OC$ و أن $(\vec{OA}, \vec{OC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ 0.75

- ب- بين أن النقطة B هي صورة النقطة A بالإزاحة ذات المتجهة $\vec{OC}$ 0.5

- ج- استنتج أن الرباعي $OABC$ مربع . 0.5

المسألة: (11 نقطة)

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x^2 + x - 2 + 2 \ln x$

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(1) تحقق من أن $g(1) = 0$

0.25

(2) انطلاقا من جدول تغيرات الدالة g جانبه :

1

بين أن $g(x) \leq 0$ لكل x من المجال $]0, 1]$

وأن $g(x) \geq 0$ لكل x من المجال $[1, +\infty[$

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x + \left(1 - \frac{2}{x}\right) \ln x$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة : 1 cm)

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ و أول هندسيا النتيجة .

0.5

(2) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

0.25

ب- بين أن المنحنى (C) يقبل بجوار $+\infty$ ، فرعا شلجيميا في اتجاه المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$

0.75

(3) أ- بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ لكل x من المجال $]0, +\infty[$

1

ب- بين أن الدالة f تناقصية على المجال $]0, 1]$ و تزايدية على المجال $[1, +\infty[$

0.75

ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0, +\infty[$

0.25

(4) أ- حل في المجال $]0, +\infty[$ المعادلة $\left(1 - \frac{2}{x}\right) \ln x = 0$

0.5

ب- استنتج أن المنحنى (C) يقطع المستقيم (D) في نقطتين يتم تحديد زوج إحداثيتي كل منهما.

0.5

ج- بين أن $f(x) \leq x$ لكل x من المجال $[1, 2]$ واستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (D) على $[1, 2]$

0.75

(5) أنشئ ، في نفس المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، المستقيم (D) و المنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة

1

أفصولها محصور بين 2,4 و 2,5)

(6) أ- بين أن $\int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2} (\ln 2)^2$

0.5

ب- بين أن الدالة $H : x \mapsto 2 \ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto \frac{2}{x} - 1$ على المجال $]0, +\infty[$

0.25

ج- باستعمال كاملة بالأجزاء ، بين أن $\int_1^2 \left(\frac{2}{x} - 1\right) \ln x dx = (1 - \ln 2)^2$

0.5

د- احسب ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و المستقيم (D) و المستقيمين اللذين

0.5

معادلتاهما $x = 1$ و $x = 2$

(III) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = \sqrt{3}$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$

(1) بين بالترجع أن $1 \leq u_n \leq 2$ لكل n من $\mathbb{N}$

0.5

(2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية (يمكنك استعمال نتيجة السؤال (II 4) ج-)

0.5

(3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها.

0.75