

الصفحة 1 6	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة العادية 2017 - الموضوع -	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه
★★	NS22ST	

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها (باللغتين العربية و الفرنسية)	المعامل	7

تعليمات عامة

- * يمكن للمترشح تناول الموضوع باللغة العربية أو باللغة الفرنسية ؛
- * يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- * يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- * ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع COMPOSANTES DU SUJET

* يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين ومسألة، مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول : الهندسة الفضائية	3 نقط	Exercice 1 : Géométrie dans l'espace
التمرين الثاني : حساب الاحتمالات	3 نقط	Exercice 2 : Calcul de probabilités
التمرين الثالث : الأعداد العقدية	3 نقط	Exercice 3 : Nombres complexes
المسألة : دراسة دالة عددية و حساب التكامل و المتتاليات العددية	11 نقطة	Problème : Etude de fonction , calcul intégral et suites numériques

* بالنسبة للمسألة ، ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

Sujet en français

Exercice 1 (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère le plan (P) passant par le point $A(0, 1, 1)$ et dont $\vec{u}(1, 0, -1)$ est un vecteur normal et la sphère (S) de centre le point $\Omega(0, 1, -1)$ et de rayon $\sqrt{2}$

- 0.5 1) a) Montrer que $x - z + 1 = 0$ est une équation cartésienne du plan (P)
- 0.75 b) Montrer que le plan (P) est tangent à la sphère (S) et vérifier que $B(-1, 1, 0)$ est le point de contact .
- 0.25 2) a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point A et orthogonale au plan (P)
- 0.75 b) Montrer que la droite (Δ) est tangente à la sphère (S) au point $C(1, 1, 0)$
- 0.75 3) Montrer que $\overrightarrow{OC} \wedge \overrightarrow{OB} = 2\vec{k}$ et en déduire l'aire du triangle OCB

Exercice 2 (3 points)

Une urne contient huit boules indiscernables au toucher portant chacune un nombre comme indiqué sur la figure ci-contre.

On tire au hasard, simultanément, trois boules de l'urne.

0	2	2	2
0	1	2	4

- 1.5 1) Soit A l'événement : « Parmi les trois boules tirées, aucune boule ne porte le nombre 0 » et B l'événement : « Le produit des nombres portés par les trois boules tirées est égal à 8 »

Montrer que $p(A) = \frac{5}{14}$ et que $p(B) = \frac{1}{7}$

- 2) Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le produit des nombres portés par les trois boules tirées.

- 0.5 a) Montrer que $p(X = 16) = \frac{3}{28}$

x_i	0	4	8	16
$p(X = x_i)$				$\frac{3}{28}$

- 1 b) Le tableau ci-contre concerne la loi de probabilité de la variable aléatoire X

Recopier sur votre copie et compléter le tableau en justifiant chaque réponse.

Exercice 3 (3 points)

On considère les nombres complexes a et b tels que $a = \sqrt{3} + i$ et $b = \sqrt{3} - 1 + (\sqrt{3} + 1)i$

0.25 1) a) Vérifier que $b = (1 + i)a$

0.5 b) En déduire que $|b| = 2\sqrt{2}$ et que $\arg b \equiv \frac{5\pi}{12} [2\pi]$

0.5 c) Déduire de ce qui précède que $\cos \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

On considère les points A et B d'abscisses respectives a et b et le point C d'abscisse c telle que $c = -1 + i\sqrt{3}$

0.75 a) Vérifier que $c = ia$ et en déduire que $OA = OC$ et que $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

0.5 b) Montrer que le point B est l'image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$

0.5 c) En déduire que le quadrilatère $OABC$ est un carré.

Problème (11 points)

I- Soit g la fonction numérique définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par : $g(x) = x^2 + x - 2 + 2 \ln x$

0.25 1) Vérifier que $g(1) = 0$

1 2) A partir du tableau de variations de la fonction g ci-dessous :

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

Montrer que $g(x) \leq 0$ pour tout x appartenant à l'intervalle $]0, 1]$

et que $g(x) \geq 0$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[1, +\infty[$

II-On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par: $f(x) = x + \left(1 - \frac{2}{x}\right) \ln x$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité : 1 cm)

0.5 1) Montrer que $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$ et interpréter géométriquement le résultat.

0.25 2) a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

0.75 b) Montrer que la courbe (C) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique celle de la droite (D) d'équation $y = x$

- 1 3) a) Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ pour tout x appartenant à l'intervalle $]0, +\infty[$
- 0.75 b) Montrer que f est décroissante sur l'intervalle $]0, 1]$ et croissante sur l'intervalle $[1, +\infty[$
- 0.25 c) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0, +\infty[$
- 0.5 4) a) Résoudre dans l'intervalle $]0, +\infty[$ l'équation $\left(1 - \frac{2}{x}\right) \ln x = 0$
- 0.5 b) En déduire que la courbe (C) coupe la droite (D) en deux points dont on déterminera les coordonnées.
- 0.75 c) Montrer que $f(x) \leq x$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[1, 2]$ et en déduire la position relative de la courbe (C) et la droite (D) sur l'intervalle $[1, 2]$
- 1 5) Construire, dans le même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, la droite (D) et la courbe (C) (On admettra que la courbe (C) possède un seul point d'inflexion dont l'abscisse est comprise entre 2,4 et 2,5)
- 0.5 6) a) Montrer que $\int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2} (\ln 2)^2$
- 0.25 b) Montrer que la fonction $H : x \mapsto 2 \ln x - x$ est une fonction primitive de la fonction $h : x \mapsto \frac{2}{x} - 1$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$
- 0.5 c) Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que $\int_1^2 \left(\frac{2}{x} - 1\right) \ln x dx = (1 - \ln 2)^2$
- 0.5 d) Calculer, en cm^2 , l'aire du domaine plan limité par la courbe (C) , la droite (D) et les droites d'équations $x=1$ et $x=2$
- III- On considère la suite numérique (u_n) définie par :
- $u_0 = \sqrt{3}$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout entier naturel n
- 0.5 1) Montrer par récurrence que $1 \leq u_n \leq 2$ pour tout entier naturel n
- 0.5 2) Montrer que la suite (u_n) est décroissante (on pourra utiliser le résultat de la question II-4)c))
- 0.75 3) En déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite.