المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية
الدورة الاستدراكية 2020
- الموضوع -

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS	RS 22F

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ **L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;**
- ✓ **Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;**
- ✓ **L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.**

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	**Suites numériques**	**2 points**
Exercice 2	**Nombres complexes**	**5 points**
Exercice 3	**Dérivabilité et calcul intégral**	**4 points**
Problème	**Etude d'une fonction numérique et suites numériques**	**9 points**

- ✓ **On désigne par** $|z|$ **le module du nombre complexe** z **et par** $\overline{z}$ **le conjugué de** z
- ✓ $\ln$ **désigne la fonction logarithme népérien**

Exercice 1 : (2 points)

Soit (u_n) **la suite numérique définie par :** $u_0 = 1$ **et** $u_{n+1} = \dfrac{3u_n - 8}{2u_n - 5}$ **pour tout** n **de** $I\!N$

0.5 **1) Montrer que pour tout** n **de** $I\!N$ **,** $u_n < 2$

2) On pose pour tout n **de** $I\!N$ **,** $v_n = \dfrac{u_n - 3}{u_n - 2}$

0.5 **a) Montrer que** (v_n) **est une suite arithmétique de raison** 2

0.75 **b) Ecrire** v_n **en fonction de** n **et en déduire** u_n **en fonction de** n **pour tout** n **de** $I\!N$ **.**

0.25 **c) Calculer la limite de la suite** (u_n)

Exercice 2 : (5 points)

0.75 **1) Résoudre dans l'ensemble** $\mathbb{C}$ **des nombres complexes l'équation :** $z^2 - \sqrt{2}z + 1 = 0$

2) On pose $a = \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}i$

0.75 **a) Ecrire** a **sous forme trigonométrique et en déduire que** a^{2020} **est un nombre réel**

0.5 **b) Soit le nombre complexe** $b = \cos\dfrac{\pi}{8} + i\sin\dfrac{\pi}{8}$**. Prouver que** $b^2 = a$

3) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$**, on considère les points** A **,** B **et** C **d'affixes respectives** a**,** b **et** c **tel que** $c = 1$**. La rotation** R **de centre** O **et d'angle** $\dfrac{\pi}{8}$ **transforme le point** M **d'affixe** z **au point** M' **d'affixe** z'**.**

0.25 **a) Vérifier que** $z' = bz$

0.5 **b) Déterminer l'image de** C **par la rotation** R **et montrer que** A **est l'image de** B **par** R **.**

0.75 **4) a) Montrer que** $|a - b| = |b - c|$ **et en déduire la nature du triangle** ABC

0.5 **b) Déterminer une mesure de l'angle** $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$

5) Soit T **la translation de vecteur** $\vec{u}$ **et** D **l'image de** A **par** T

0.25 **a) Vérifier que l'affixe de** D **est** $b^2 + 1$

0.75 **b) Montrer que** $\dfrac{b^2 + 1}{b} = b + \overline{b}$ **et en déduire que les points** O**,** B **et** D **sont alignés**

	Exercice 3 : (4 points)
	On considère la fonction numérique u définie sur $\mathbb{R}$ par : $u(x)=e^{x}-2x+2-3e^{-x}$
0.5	**1)a) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$,** $u'(x)=\dfrac{(e^{x}-1)^{2}+2}{e^{x}}$
0.25	**b) poser le tableau de variation de la fonction u (sans calcul de limite) ;**
0.5	**c) En déduire le signe de la fonction u sur $\mathbb{R}$ (remarquer que $u(0)=0$)**
	2) Soit la fonction v définie sur $\mathbb{R}$ par $v(x)=e^{2x}-2xe^{x}+2e^{x}-3$
0.5	**a)Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R}$,** $v(x)=e^{x}u(x)$
0.5	**b) En déduire le signe de la fonction v sur $\mathbb{R}$**
0.5	**3) a) Montrer que la fonction W définie par** $W(x)=\frac{1}{2}e^{2x}+(4-2x)e^{x}-3x$ **est une primitive**
	de la fonction v sur $\mathbb{R}$
0.5	**b) Calculer l'intégrale** $\int_{0}^{2}v(x)dx$
0.75	**c) Montrer que $\dfrac{9}{2}$ est le minimum absolu de la fonction W sur $\mathbb{R}$.**
	Problème : (9 points)
	I - Soit g la fonction numérique définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x)=e^{1-x}+\dfrac{1}{x}-2$
0.5	**1) Monter que** $g'(x)<0,$ **pour tout** $x\in]0,+\infty[$
0.5	**2) Déduire le tableau de signe de $g(x)$ sur l'intervalle $]0,+\infty[$; (remarquer que $g(1)=0$)**
	II – On considère la fonction numérique f définie sur $]0,+\infty[$ par :
	$f(x)=(1-x)e^{1-x}-x^{2}+5x-3-2\ln x$ **et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (unité : 2 cm)**
0.5	**1) Montrer que** $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}f(x)=+\infty$ **puis interpréter le résultat géométriquement**
0.5	**2) a) Montrer que** $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$
0.75	**b) Montrer que** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ **puis interpréter le résultat géométriquement**
1	**3) a) Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$,** $f'(x)=(x-2)g(x)$
0.75	**b) Montrer que la fonction f est décroissante sur $]0,1]$ et sur $[2,+\infty[$ et croissante sur $[1,2]$**
0.25	**c) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $]0,+\infty[$, (on admet $f(2)\approx 1,25$)**

0.5	**4) Sachant que $f(3) \approx 0,5$ et $f(4) \approx -1,9$ montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique dans l'intervalle $]3,4[$.**
1	**5) Construire (C) dans le repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$**
	III - On pose $h(x)=f(x)-x$ pour tout x de l'intervalle $[1,2]$
0.5	**1) a) A partir du tableau de variations de la fonction h ci-contre montrer que $f(x)\le x$ pour tout x de l'intervalle $[1,2]$**
0.25	**b) Montrer que 1 est l'unique solution de l'équation $f(x)=x$ sur l'intervalle $[1,2]$**
	2) Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0=2$ et $u_{n+1}=f(u_n)$ pour tout n de IN
0.75	**a) Montrer par récurrence que $1\le u_n\le 2$ pour tout n de IN**
0.5	**b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante.**
0.75	**c) En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$**

x	1	2
$h(x)$	0 $\searrow$	$h(2)$

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية
الدورة الاستدراكية 2020
- عناصر الإجابة -

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS | RR 22F

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵙⵏⴰⵏ
ⴷ ⵓⵙⵍⵎⴷ ⴰⵏⴰⴼⵍⵍⴰ ⴷ ⵓⵔⵣⵣⵓ ⴰⵎⴰⵙⵙⴰⵏ

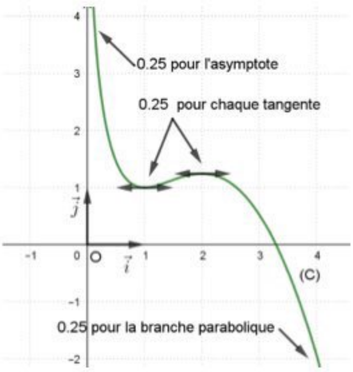
المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	المعامل	7

On prendra en compte les différentes étapes de la solution et on acceptera toute méthode correcte

Exercices	Numéro de question	Note	Eléments de réponses
Exercice 1	**1**	**0.5**	
	2 - a	**0.5**	
	2-b	**0.75**	**0.25 pour** v_n **et 0.5 pour** u_n
	2 - c	**0.25**	
Exercice 2	**1**	**0.75**	**0.25pour le discriminant et 0,25 pour chaque solution**
	2 - a	**0.75**	**0.25 pour la forme trigonométrique et 0,5 pour la déduction**
	2-b	**0.5**	
	3 - a	**0.25**	
	3 - b	**0.5**	**0,25 pour chaque image**
	4 - a	**0.75**	**0,5 pour l'égalité et 0,25 pour la déduction**
	4-b	**0.5**	
	5 - a	**0.25**	
	5-b	**0.75**	**0,25 pour l'égalité et 0,5 pour la déduction**

Exercice 3	1 - a	0.5	
	1-b	0.25	
	1 - c	0.5	
	2 - a	0.5	
	2-b	0.5	
	3 - a	0.5	
	3-b	0.5	
	3 - c	0.75	
Problème	I - 1	0.5	
	2	0.5	
	II - 1	0.5	0,25 pour la limite et 0,25 pour l'interprétation
	2 - a	0.5	
	2-b	0.75	0,5 pour la limite et 0,25 pour l'interprétation
	3-a	1	
	3-b	0.75	0,25 pour la monotonie sur chaque intervalle
	3 - c	0.25	
	4	0.5	
	5	1	Voir le graphe
	III – 1-a	0.5	
	1-b	0.25	
	2-a	0.75	
	2-b	0.5	
	2 - c	0.75	0.5 pour la convergence et 0.25 pour la limite



0.25 pour l'asymptote
0.25 pour chaque tangente
0.25 pour la branche parabolique
(C)