Exercice 1:

Soit

$$f(x)=\frac{5x^2+21x+22}{(x-1)(x+3)^2},\ x\in]1,+\infty[$$

(a) Démontrer qu'il existe trois réels $a,\ b$ et c tels que : $\forall x\in]1,+\infty[,\ f(x)=\dfrac{a}{x-1}+\dfrac{b}{x+3}+\dfrac{c}{(x+3)^2}$

(b) En déduire la primitive de f sur $]1,+\infty[$ qui s'annule en 2.

Exercice 2:

Calculer les intégrales suivantes :

1. $I=\displaystyle\int_1^2\frac{\ln(1+t)}{t^2}dt$ 2. $J=\displaystyle\int_0^1 x(\arctan x)^2dx$ 3. $K=\displaystyle\int_0^1\frac{x+1}{2x^2+x+1}dx.$

Exercice 3:

Pour (n,p) éléments de $\mathbb{N}^*\times\mathbb{N}$, on pose

$$I_{n,p}=\int_0^1 x^n(\ln x)^p dx.$$

Calculer $I_{n,p}$

Exercice 4:

Donner une primitive des fonctions suivantes :

$$1.\ x\mapsto\frac{ch^3x}{shx}\qquad 2.\ x\mapsto\sqrt{-x^2+2x+8}\qquad 3.\ x\mapsto\frac{\cos x}{2-\cos^2 x}$$

Exercice 5:

Intégrales de Wallis - convergence vers 0

Soit $I_n=\displaystyle\int_0^{\pi/2}\sin^n x dx$, pour $n\in\mathbb{N}$

(1) Montrer que la suite (I_n) est décroissante.

(2) Montrer que la suite (I_n) est strictement décroissante.

(3) Montrer que la suite (I_n) est strictement décroissante

Soit $\epsilon\in]0,\pi/2[$

(3.1) Montrer que $I_n\le\dfrac{\pi}{2}\sin^n\left(\dfrac{\pi}{2}-\epsilon\right)+\epsilon$

(3.2) En déduire que (I_n) converge vers 0.