

Exercice 01

1 Montrer en utilisant la définition que :

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 + x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{\sqrt{x^2 - 1}} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 + 4x - 2 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x - 2} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 1} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 1}{|x + 2|} = -\infty$$

2 Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^2 - 5x + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{x^2 - 4|x|}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin(x) - \sin(2x)}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} -x^7 - 5x^3 + 7$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 + x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - x^2}{\sqrt{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin(x)}{x + \sin(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2}x^3 - 5x^2 + 9$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 + 3x + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2 - x}}{x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - \tan(x)}{x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2}x^6 - 5x^5 - 8x^3$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^4 + 3x + 1}{x^3 + 2x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (x - 2) \sqrt{\frac{x}{x - 2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(1 - \cos\left(\frac{1}{x}\right) \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x + 1)^3 + 7x^2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x - 2} - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x\sqrt{1 - x}}{\sqrt{x^3 - 1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin(x) \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 + x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x^3 - 2x + 5}}{\sqrt{x} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x - 1} - 1}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan(4x)}{\sin(2x) - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + -2}{x^5 + 2x^2 - 7}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^4 - 2x + 5}}{\sqrt{1 - x} + x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x\sqrt{x} - 1}{1 - \sqrt{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(\frac{\pi}{2}x)}{1 - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 8}{x^2 + 3x + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x - 2} - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} (x - \frac{\pi}{2}) \tan(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^9 + 3x + 1}{-x^3 + 2x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x + 3} - 3}{x - 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x} - x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} (1 - \sin(x)) \tan(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x - 3| + 1}{x^3 + 2x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x\sqrt{x} - 8}{x^2 - 16}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x} - 8}{x^2 - 16}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\cos(x) - \sqrt{3}\sin(x)}{6x - \pi}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4|x - 3| + 1}{x - |x + 7|}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 4\cos(x)} - 2}{x^2 + 2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x} - 5\sqrt{5}}{x\sqrt{5} - 5\sqrt{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan(x) - 1}{2\cos(x) - \sqrt{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 7}{(x + 3)^6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x\sqrt{x} - 5\sqrt{5}}{x\sqrt{5} - 5\sqrt{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2(3x)}{\cos(2x) - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 E\left(\frac{1}{x^2}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x + 7}{|x + 5|}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{\cos(x) - \cos(2x)}}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(5x)}{\sin(2x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 E\left(\frac{1}{x^2}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -7^+} \frac{x^2 + 7x}{(x + 7)^4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{3x + 1}}{x - 3\sqrt{x} + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(5x) - \sin(x)}{4\sin(x) + \tan(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1} - x + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x + 1}{\sqrt{2} - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{|x - 3|}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(3x) \tan(x)}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 2} + 3x + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{3(x^4 - 1)} - \frac{1}{2(x^3 - 1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} ((x + 1)^{2023} - 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + \dots + x^n - n}{x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x - 1} - \sqrt{3x - 2} + 1}{x - \sqrt{x - 1} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{3x + 1}}{x - 3\sqrt{x} + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + \dots + x^n - n}{x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3}\cos(x) - \sin^2(x) - \sqrt{3}}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x - 1} - \sqrt{3x - 2} + 1}{x - \sqrt{x - 1} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{23} \left(\frac{x}{x - 1} - \left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^{23}} \right) \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3}\cos(x) - \sin^2(x) - \sqrt{3}}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3}\cos(x) - \sin^2(x) - \sqrt{3}}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x) \cos(2x) \cos(3x)}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 5x - 6\sqrt{x+2} + 10}{(x+1)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x+3}} - 3}{\sqrt{x - \sqrt{x-2}} - 2}$$

3 En utilisant un encadrement convenable calculer les limites suivantes:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 6x - 4 \cos\left(\frac{1}{x}\right) + 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 + \sin(\sqrt{x})} - 1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - \cos(x)}{x^2 + 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{E(x) + \sin(x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 6x - 4 \cos\left(\frac{1}{x}\right) + 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{x-1} E\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{E(3x)}{E(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{E(x) + \sin(x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1 + \sin(\sqrt{x})} - 1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - \cos(x)}{x^2 + 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} E(x^2) - (E(x))^2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{E(x) + \sin(x)}{x}$$

Exercice 02

Soit la fonction f définie par: $f(x) = \frac{mx^2 - 3mx + 2m}{(x-1)(x-m)}$ telle que m un paramètre réel

1 Discuter selon les valeurs de réel m les limites de la fonction f en $-\infty$, $+\infty$, 1 et m

2 Étudier la limite $\lim_{x \rightarrow n^+} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{n} - \sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2 - n^2}}$ avec n un réel positif

3 Discuter selon les valeurs d'entier relatif k la limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^5 - 7x^3 + 8x - 12}{-3x^p + 9x^5 + 8x^4 + x - 12}$

4 Discuter selon les valeurs de réel b la limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^3 + 8x - 7} + bx$

Exercice 03

Soient f la fonction représentée par la courbe ci-dessous:

Déterminer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x) - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x) - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{f(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{f(x)}$$

