



Modèles de concours avec solutions



Concours d'accès à la 1^{ère} année de Médecine épreuve de Maths

2017 – 2018 (Oujda)

Question 1

- On pose : $A = 1 + \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \dots + \cos\left(\frac{9\pi}{5}\right)$, $B = \sin\left(\frac{\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \dots + \sin\left(\frac{9\pi}{5}\right)$
- Et on considère le complexe $Z = A + iB$. Z est égale :

A - $Z = 0$

B - $Z = -2i$

C - $Z = \frac{1}{2}$

D - $Z = 2i$

E - Toutes les réponses proposées sont fausses.

Question 2

- Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = 2 \ln(x^2 - 2x + 2)$

A - Domaine de définition de f est : $\mathbb{R}^+$

B - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

C - $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$

D - $f''(x) = \frac{x(4-x)}{[(x-1)^2 + 1]^2}$

E - $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \ln 2$.

Question 3

- On considère les deux intégrales : $I = \int_0^1 5e^t \cos(2t) dt$ et $J = 5 \int_0^1 e^t \sin(2t) dt$.

A - $2J - I = e \cos(2) - 1$

B - $2I + J = 1 - e \sin(2)$

C - $J = 2 + e \sin(2) - 2e \cos(2)$

D - $I = 2 + e \cos(2) - 2 \sin(2)$

E - Toutes les réponses proposées sont fausses.

Question 4

- Si f est une fonction définie en a ; alors :

A - f est continue en a .

B - $\ln(f)$ est définie en a .

C - $\frac{1}{f}$ est définie en a .

D - $\frac{1}{e^f}$ est définie en a .

E - Toutes les réponses proposées sont fausses.

Question 5

- Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les deux points A et B d'affixes respectives $Z_A = 1$ et $Z_B = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Soit C le symétrique du point B par rapport à l'axe des abscisses.

A - L'affixe Z_C de C est :

$Z_C = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{e}}{2}$

B - ABC est un triangle équilatéral

C - Le module : $|Z_B - Z_A| = \sqrt{2}$

D - Le triangle ABC est isocèle

E - L'affixe Z_C de C est :

$Z_C = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

Question 6

- Choisissez la réponse juste :

A - La solution de l'équation différentielle : $y'' - 2y' + 8y = 0$ telle que : $y(0) = 1$ et $y'(0) = 2$ est : $y(x) = e^{-2x} + 2e^{4x}$

B - Le nombre $(e^{i0})^m$ avec $m \in \mathbb{N}$ et $0 \in \mathbb{R}$ est égal à : $\cos(0^m) + i \sin(0^m)$

C - Le nombre $(e^{i0})^m$ avec $m \in \mathbb{N}$ et $0 \in \mathbb{R}$ est égal à : $m [\cos(0) + i \sin(0)]$

D - L'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace tel que : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 3 = 0$ est une sphère.

E - L'ensemble des points $M(x,y,z)$ tel que : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 3 = 0$ est vide.

Question 7

- On considère la fonction f_n telle que : $f_n(x) = nx e^{-nx}$ avec $x \in [0, +\infty[$ et $n \in \mathbb{N}^*$; $n \geq 1$. Soit (C_n) la courbe de f_n dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

A - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = +\infty$

B - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = -\infty$

C - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = n$

D - $f'_n(x) = ne^{-nx}(nx - 1)$

E - Toutes les réponses proposées sont fausses.

Question 8

- On prend les données de la question 07.

A - (C_n) admet une asymptote d'équation $y = 1$

B - (C_n) admet une asymptote d'équation $y = e$.

C - f_n admet une valeur maximale au point $\left(\frac{1}{e}; \frac{1}{n}\right)$

D - f_n admet une valeur maximale au point $\left(\frac{1}{e}; \frac{1}{n}\right)$

E - f_n admet une valeur maximale au point $\left(\frac{1}{e}; -\frac{1}{n}\right)$

Question 9

- On prend les données de la question 07.

On note (C_1) et (C_2) les courbes respectivement de f_1 et f_2 ($n = 1$ et $n = 2$).

A - Les courbes (C_1) et (C_2) se coupent en deux points P et Q d'abscisses respectives : $p = e^2$ et $q = \ln 4$

B - Dans l'intervalle $] \ln 2; +\infty[$ (C_2) est au-dessous de (C_1)

C - (C_1) et (C_2) ne se coupent pas

D - Dans l'intervalle $]0; \ln 2[$ (C_2) est au-dessous de (C_1) .

E - (C_1) et (C_2) se coupent en deux points P et Q d'abscisses respectives : $p = e^2$ et $q = e$.

Question 10

- On prend toujours les données de la question 07. La surface du domaine plan délimité par (C_1) , l'axe des abscisses et les droites d'équation respectives : $x = 0$ et $x = \ln 2$ est :

A - $\frac{1}{2}(\ln 2 - 1)$

B - $\ln 2 - 1$

C - $1 - \ln 2$

D - $\frac{\ln 2}{2}$

E - Toutes les réponses proposées sont fausses.

Corrigé du concours d'accès à la 1^{ère} année de Médecine et Pharmacie

2017 - 2018 (Oujda)

Question 1

$$Z = A + Bi$$

• Avec : $A = 1 + \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \dots + \cos\left(\frac{9\pi}{5}\right)$.

$$B = \sin\left(\frac{\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \dots + \sin\left(\frac{9\pi}{5}\right)$$

• Donc : $Z = \sum_{k=0}^9 \left[\cos\left(\frac{k\pi}{5}\right) + i \sin\left(\frac{k\pi}{5}\right) \right]$

$$= \sum_{k=0}^9 e^{ik\frac{\pi}{5}} = \sum_{k=0}^9 \left(e^{i\frac{\pi}{5}} \right)^k$$

$$= \frac{1 - e^{i\frac{10\pi}{5}}}{1 - e^{i\frac{\pi}{5}}} = \frac{1 - 1}{1 - e^{i\frac{\pi}{5}}} = 0$$

• D'où :

A - Vraie ; B - fausse ; C - fausse ;

D - fausse ; E - fausse.

Question 2

• On a : $f(x) = 2 \ln(x^2 - 2x + 2)$

A - $Df = \{ x \in \mathbb{R} / x^2 - 2x + 2 > 0 \}$ et $x^2 - 2x + 2 = (x - 1)^2 + 1 > 0$.

• D'où : $Df = \mathbb{R}$; par la suite : **A est fausse.**

B - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 \ln(x^2 - 2x + 2) = +\infty$

(Car : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 2x + 2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$)

• D'où : **B est fausse.**

C - $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 \frac{\ln(x^2 - 2x + 2)}{x}$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 \frac{\ln\left[x^2 \left(1 - \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}\right)\right]}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 \left(\frac{\ln(x^2)}{x} + \frac{\ln\left(1 - \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}\right)}{x} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 \left(2 \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} \ln\left(1 - \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}\right) \right) = 0$$

• D'où : **C est vraie.**

D - f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme composée de deux fonctions dérivables est on a :

$$f'(x) = \frac{2(x^2 - 2x + 2)'}{x^2 - 2x + 2} = \frac{2(2x - 2)}{x^2 - 2x + 2} = \frac{4(x - 1)}{x^2 - 2x + 2}$$

$$\text{Et } f''(x) = 4 \cdot \frac{(x^2 - 2x + 2)' - (x - 1)(2x - 2)}{(x^2 - 2x + 2)^2}$$

$$= 4 \cdot \frac{x^2 - 2x + 2 - 2x^2 + 2x + 2x - 2}{(x^2 - 2x + 2)^2}$$

$$= 4 \cdot \frac{-x^2 + 2x}{(x^2 - 2x + 2)^2} = \frac{4x(1 - x)}{[(x - 1)^2 + 1]^2}$$

• D'où : **D est fausse.**

E - $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 4 \ln(2)$

• D'où : **E est fausse.**

Question 3

A - $2J - I = 10 \int_0^1 e^t \sin(2t) dt - \int_0^1 5 e^t \cos(2t) dt$

$$= 5 \int_0^1 [2 e^t \sin(2t) - e^t \cos(2t)] dt$$

$$= -5 \int_0^1 [e^t \cos(2t) - 2 e^t \sin(2t)] dt$$

$$= -5 [e^t \cos(2t)]_0^1 = -5 (e \cos(2) - 1)$$

$$= 5 - 5e \cos(2)$$

• D'où : **A est fausse.**

B - $2I + J = 2 \int_0^1 5 e^t \cos(2t) dt + 5 \int_0^1 e^t \sin(2t) dt$

$$= 5 \int_0^1 [e^t \sin(2t) + 2 e^t \cos(2t)] dt$$

$$= 5 [e^t \sin(2t)]_0^1 = 5 (e \sin(2) - 0)$$

$$= 5 e \sin(2)$$

• D'où : **B est fausse.**

C - On a : $2J - I = 5 - 5e \cos(2)$
 $J + 2I = 5e \sin(2)$

• D'où : $5J = 10 - 10e \cos(2) + 5e \sin(2)$
 $= 5(2 - 2e \cos(2) + e \sin(2)).$

• Donc : $J = 2 - 2e \cos(2) + e \sin(2)$

Par suite : **C est vraie**

D - On a : $2J - I = 5 - 5e \cos(2)$
 et : $J = 2 - 2e \cos(2) + e \sin(2)$

• Donc : $I = 2J - 5 + 5e \cos(2)$
 $I = 4 - 4e \cos(2) + 2e \sin(2) - 5 + 5e \cos(2)$

• D'où : $I = e \cos(2) + 2e \sin(2) - 1$

• Donc : **D est fausse.**

E - **E est fausse.**

Question 4

Supposons que f est définie en a .

A - fausse ; car il peut que : $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq f(a)$.

B - fausse ; car il peut que : $f(a) \leq 0$

C - fausse ; car il peut que : $f(a) = 0$

D - vraie ; car $e^{f(x)} \neq 0 (\forall x \in Df)$

E - fausse.

Question 5

A - Puisque C est le symétrique de B par rapport à l'axe des abscisses, alors :

$$Z_C = \overline{Z_B} = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

D'où : **A est fausse.**

B - On a : $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} = \frac{-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} - 1}{-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} - 1}$
 $= \frac{-\frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}(\sqrt{3} + i)}{-\frac{\sqrt{3}}{2}(\sqrt{3} - i)} = \frac{\sqrt{3} + i}{\sqrt{3} - i}$
 $= \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{i\frac{\pi}{3}}$

• Donc : $AB = AC$ et $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$.

Par la suite ABC est équilatéral

• D'où : **B est vraie**

C - $|Z_B - Z_A| = |-\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}| = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{3}$

D'où : **C est fausse.**

D - Vraie ; car un triangle équilatéral est en particulier isocèle en A, en B et en C.

E - **E est fausse.** ; car $Z_C = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Question 6

A - On a : $y'' - 2y' - 8y = 0$

On considère l'équation caractéristique liée à cette équation : $r^2 - 2r - 8 = 0$

$$\Delta = 4 + 32 = 36$$

$$r_1 = \frac{2+6}{2} = 4 \text{ et } r_2 = \frac{2-6}{2} = -2$$

• D'où la solution générale est : $y(x) = ae^{-2x} + be^{4x}$

$$y'(x) = -2ae^{-2x} + 4be^{4x}$$

• D'où : $y(0) = 1 \Leftrightarrow a + b = 1$

$$y'(0) = 2 \Leftrightarrow -2a + 4b = 2$$

Par la suite : $\begin{cases} a + b = 1 \\ -a + 2b = 1 \end{cases}$

• Donc : $3b = 2 \Leftrightarrow b = \frac{2}{3}$
 $a = 1 - b = \frac{1}{3}$

• D'où : $y(x) = \frac{1}{3}e^{-2x} + \frac{2}{3}e^{4x}$

• Donc : **A est fausse.**

B - On a : $(\forall m \in \mathbb{N}); (\forall \theta \in \mathbb{R}); (e^{i\theta})^m = (\cos \theta + i \sin \theta)^m$
 $= \cos(m\theta) + i \sin(m\theta)$

• D'où : **B est fausse.**

C - **C est fausse.** ; car (voir B)

D - $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x) + (y^2 + 4y) + (z^2 + 2z) + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 - 1 + (y+2)^2 - 4 + (z+1)^2 - 1 + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 3$$

• D'où l'ensemble de points $M(x, y, z)$ est une sphère de centre $\Omega(1, -2, -1)$ et de rayon $r = \sqrt{3}$.

• D'où : **D - est vraie**

E - **E - est fausse.** car (voir D).

Question 7

• On a : $f_n(x) = nx e^{-nx}$; ($n \in \mathbb{N}^*$ et $x \in \mathbb{R}$)

A - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} nx e^{-nx} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^{nx}} = 0$

• D'où : **A est fausse.**

B est fausse. ; (voir A).

C est fausse. ; (voir A).

D - $f'_n(x) = ne^{-nx} - n^2x e^{-nx}$
 $= ne^{-nx} (1 - nx)$

• D'où : **D est fausse.**

E - **E est vraie**

Question 8

A - On a : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = 0$; donc (C_n) admet une

asymptote d'équation $y = 0$ au voisinage de $+\infty$.

Et on a : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_n(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} nx e^{-nx} = -\infty$

• D'où : **A est fausse.**

B - **B est fausse.** ; (voir A).

C - On a : $f'_n(x) = n e^{-nx} (1 - nx)$

• D'où : $f'_n(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{n}$

Par la suite le tableau de variation de f_n est :

x	$-\infty$	$\frac{1}{n}$	$+\infty$
$f'_n(x)$	+	0	-
$f_n(x)$		$f_n\left(\frac{1}{n}\right)$	

$f_n\left(\frac{1}{n}\right) = n \left(\frac{1}{n}\right) e^{-n \left(\frac{1}{n}\right)} = e^{-1} = \frac{1}{e}$

D'où f_n admet une valeur maximale au point $\left(\frac{1}{n}; \frac{1}{e}\right)$

D'où : **C est fausse.**

D - est vraie

D - est fausse. ; (voir C).

Question 9

A - On a : $f_1(x) = x e^{-x}$ et $f_2(x) = 2x e^{-2x}$

x	$-\infty$	0	$\ln(2)$	$+\infty$
$f_1(x) - f_2(x)$	+	0	-	+
Position relative de (C_1) et (C_2)	(C_1) au dessus de (C_2)	(C_1) coupe (C_2) en $O(0,0)$	(C_1) au dessous de (C_2)	(C_1) coupe (C_2) en $\left(\ln 2; \frac{\ln 2}{2}\right)$ et au dessus de (C_2)

d'où **A - est fausse**

B - vraie ; (voir A)

C - fausse ; (voir A)

D - fausse ; (voir A)

E - fausse ; (voir A).

Question 10

La surface demandée est :

$\lambda = \int_0^{\ln 2} |f_1(x)| dx \text{ (u.a)}$

$= \int_0^{\ln 2} |x e^{-x}| dx \text{ (u.a)} ; (x \geq 0)$

$= \int_0^{\ln 2} x e^{-x} dx \text{ (u.a)}$

$= \left[-x e^{-x} \right]_0^{\ln 2} + \int_0^{\ln 2} e^{-x} dx \text{ (u.a)} \text{ (Intégration par parties)}$

$= [-x - 1] e^{-x} \Big|_0^{\ln 2} \text{ (u.a)}$

$= \left(\frac{1}{2} (-\ln 2 - 1) + 1 \right) \text{ (u.a)}$

• D'où : $\lambda = \left(\frac{1}{2} (1 - \ln 2) \right) \text{ (u.a)}$.

• Par la suite :

A - fausse.

B - fausse.

C - fausse.

D - fausse.

E - vraie.

Concours d'accès à la 1^{ère} année de Médecine et Pharmacie

2016 - 2017 (Oujda)

Question 1

- Soit $n \in \mathbb{N}^*$; On considère la suite $(V_n)_n$ définie par $V_n = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{2}\right) + \dots + \sin\left(\frac{n-1}{n}\pi\right)$, et on considère le complexe : $Z = \cos\left(\frac{\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$.

A - $V = 1 + Z + Z^2 + \dots + Z^{n-1} = 1 + i \tan\left(\frac{\pi}{2n}\right)$

C - $V_n = \frac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{2n}\right)}$

E - $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{V_n}{n} = 0$

B - $V = 1 + Z + Z^2 + \dots + Z^{n-1} = 1 + i \cos\left(\frac{\pi}{2n}\right)$

D - $V_n = \tan\left(\frac{\pi}{2n}\right)$

Question 2

- On pose : $S = \sum_{n \geq 1} \frac{1}{n(n+1)}$ et $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$

A - $S_n = 1 + \frac{1}{(n+1)}$

C - $V_n = \frac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{2n}\right)}$

E - Toutes les réponses proposées sont fausses

B - S est divergente

D - $V_n = \tan\left(\frac{\pi}{2n}\right)$

Question 3

- On considère la suite numérique $(U_n)_n$ telle que :

$U_0 = e^2$ et $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_{n+1} = (1 + U_n) e^{-2} - 1$; On pose : $V_n = 3(1 + U_n)$

A - $(U_n)_n$ croissante

C - $U_n = e^{2n+2} - 1$

E - $\ln V_0 + \ln V_1 + \dots + \ln V_n = (n+1)(2 - n + \ln 3)$

B - $(U_n)_n$ est arithmétique

D - $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = -1$

Question 4

- On considère la fonction f telle que : $f(x) = x - \frac{1 - 2\ln(1+x)}{x+1}$ et soit (C_f) sa courbe dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

A - Domaine de définition de f est : $[-1, +\infty[$

C - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +1$

B - $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$

D - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$

E - $f'(x) = \frac{x^2 + 2x + 4 - 2\ln(x+1)}{(x+1)^2}$

Question 5

- On prend les données de la question (4).

A - La solution de l'équation

C - Dans l'intervalle

D - La droite d'équation : $y = x + \frac{2}{\sqrt{e^3}}$ est

B - $f(x) = x$ est : $x = 1 - \sqrt{e}$

On a : $f(x) - x \leq 0$

tangente à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = \sqrt{e^3} - 1$

On a : $f(x) - x \geq 0$

E - Toutes les réponses proposées sont fausses

Question 6

- Dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$; on considère les points :
 $A(-1, 2, 0)$; $B(3, 0, 4)$ et $C(-2, 1, 2)$

A. La surface du triangle ABC est $5\sqrt{2}$.	C. La longueur de hauteur issue de A dans le triangle ABC est $\sqrt{5}$.	E. Les points A, B et C sont alignés.
B. La surface du triangle ABC est $5\sqrt{3}$.	D. Longueur de la hauteur issue de A dans le triangle ABC est $\sqrt{6}$.	

Question 7

- Choisissez la réponse juste.

A. Le périmètre du cercle de rayon R est πR .	C. Parmi 9 personnes ; on peut choisir un comité contenant 5 personnes de 256 façons différentes.	D. Le hectare est une unité de longueur.
B. Le complexe $e^{i\frac{\pi}{4}} + e^{i\frac{3\pi}{4}}$ est égal à $i\frac{\sqrt{2}}{2}$.	E. Toutes les réponses proposées sont fausses..	

Question 8

- Soient : $J = \int_0^{-a} \cos^3(2t) dt$ et $I = 2 \cdot \int_0^{-a} (\tan^3(x) + \tan x) dx$.

A. $I = 1 - \frac{1}{\cos^2 a}$.	C. $J = \sin a \cdot \left(\frac{\cos a \cdot \sin^2 2a}{3} + \cos a \right)$.	E. Toutes les réponses proposées sont fausses.
B. $I = 2 - \frac{1}{\cos^2 a}$.	D. $J = \frac{\sin a}{2} \cdot \left(\frac{\cos a \cdot \sin^2 2a}{3} + \cos a \right)$.	

Question 9

- Soit pour tout $n \in \mathbb{N}$; $I_n = 2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{4}} x^n \cdot \cos x \cdot dx$

A. $I_0 = -1$.	C. $I_{n+2} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{n+1} + (n+1) I_n$.	E. $I_2 = 2 - \frac{\pi^2}{4}$.
B. $I_1 = \frac{\pi}{2}$.	D. $I_{n+2} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{n+2} - (n+1)(n+2) I_n$.	

Question 10

- Choisissez la réponse juste.

A. $\cos^2 \frac{3\pi}{12} + \cos^2 \frac{5\pi}{12} + \cos^2 \frac{9\pi}{12} + \cos^2 \frac{11\pi}{12} = 3$.	C. $\sqrt{1 - \sin^2 x} = \cos^2 x$.	E. La propriété suivante $(g \circ f)' = f' \cdot g'(f)$ est fausse.
B. Le point $I(2,0)$ est un centre de symétrie pour la courbe qui représente la fonction : $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$.	D. la période de la fonction $f(x) = 1 - 8\cos x - 4\cos^2 x$	

Question 1

- On a : $V_n = \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) + \dots + \sin\left(\frac{n-1}{n}\pi\right)$
- On pose : $z = \cos\left(\frac{\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$

A - fausse ; car : $V = 1 + z + z^2 + \dots + z^{n-1}$

$$= \frac{1 - z^n}{1 - z} = \frac{1 - e^{i\pi}}{1 - e^{i\frac{\pi}{n}}} = \frac{2}{1 - e^{i\frac{\pi}{n}}} = \frac{2}{1 - \cos\frac{\pi}{n} + i \sin\frac{\pi}{n}}$$

$$= \frac{2}{2\sin 2\frac{\pi}{2n} - 2i \sin \frac{\pi}{2n} \cos \frac{\pi}{2n}} = \frac{\sin \frac{\pi}{2n} + i \cos \frac{\pi}{2n}}{\sin \frac{\pi}{2n}}$$

$$= 1 + i \cot \tan\left(\frac{\pi}{2n}\right)$$

B - fausse ;

C - vraie ; car : $V_n = I_m(V) = \cotan\left(\frac{\pi}{2n}\right) = \frac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{2n}\right)}$

D - fausse.

E - fausse ; car : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{V_n}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n \tan\left(\frac{\pi}{2n}\right)}$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\frac{\pi}{2} \frac{\tan\left(\frac{\pi}{2n}\right)}{\frac{\pi}{2n}}} = \frac{2}{\pi}$$

Question 2

- On a : $S = \sum_{n \geq 1} \frac{1}{n(n+1)}$ et $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$

A - fausse ; car : $S_n = 1 - \frac{1}{n+1}$ car $(\forall k \geq 1)$,

$$\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$$

B - fausse.

C - Vraie ; car : $S = \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 - \frac{1}{n+1} = 1$

D - fausse.

E - fausse.

Question 3

A - fausse ; car : $U_{n+1} - U_n = \left(\frac{1 - e^2}{e^2}\right)(1 + U_n) < 0$

D'où : $(U_n)_n$ est décroissante.

B - fausse ; car : $V_{n+1} = V_n = 3(1 + U_n)(e^2 - 1)$

C - fausse ; car : $(V_n)_n$ est géométrique de raison e^2

D'où : $V_n = 3e^2(1 - n)$ et par la suite : $U_n = e^{2-2n} - 1$.

D - fausse ; car : puisque $(-1 < \frac{1}{e^2} < 1)$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 0$

E - Vraie ; car la suite $(W_n)_n$ est arithmétique avec

$W_n = \ln(V_n)$ de raison -2 et de premier terme $W_0 = \ln V_0$

D'où : $\ln V_0 + \ln V_1 + \dots + \ln V_n = W_0 + W_1 + \dots + W_n$

$$= \left(\frac{n+1}{2}\right)(W_0 + W_n) = \left(\frac{n+1}{2}\right)(\ln V_0 + \ln V_n)$$

$$= \left(\frac{n+1}{2}\right)(\ln 3 + 2 + \ln 3 + 2 - 2n)$$

$$= \left(\frac{n+1}{2}\right)(2\ln 3 + 4 - 2n)$$

$$= (n+1)(\ln 3 + 2 - n)$$

Question 4

On a : $f(x) = x - \frac{1 - 2\ln(1+x)}{x+1}$

A - fausse ; car : $Df =]-1, +\infty[$

B - fausse ; car : $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$

C - fausse ; car : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

D - fausse.

E - Vraie.

Question 5

A - fausse ; car : $f(x) = x \Leftrightarrow 1 - 2\ln(x+1) = 0$

$$\Leftrightarrow x+1 = \sqrt{e} \Leftrightarrow x = \sqrt{e} - 1$$

B - Vraie ; car : $\forall x \in]-1, \sqrt{e} - 1]$; $f(x) - x \geq 0$

$$(1 - 2\ln(x+1)) \geq 0$$

C - Vraie ; car : $\forall x \in [\sqrt{e} - 1, +\infty[$; $1 - 2\ln(x+1) \leq 0$

D - Vraie ; car : $y = f'(\sqrt{e^3} - 1)(x - \sqrt{e^3} + 1) + f(\sqrt{e^3} - 1)$

$$= 1(x - \sqrt{e^3} + 1) + \sqrt{e^3} - 1 + \frac{2}{\sqrt{e^3}} = x + \frac{2}{\sqrt{e^3}}$$

E - fausse.

Question 6

A - fausse ; car : $S = \frac{1}{2} \|\vec{AB} \wedge \vec{AC}\|$
 $= \frac{1}{2} \sqrt{144 + 36}$
 $= \frac{\sqrt{180}}{2} = 3\sqrt{5}$.

$$\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} \vec{k} = 12\vec{j} - 6\vec{k}$$

B - fausse.

C - fausse ; car la longueur du hauteur AH est :
 $AH = \frac{2S_{ABC}}{BC} = \frac{6\sqrt{5}}{6} = \frac{6\sqrt{6}}{6} = 2 \cdot \frac{\sqrt{6}}{2} = \sqrt{6}$.

D - vraie

E - fausse ; car : on a : $\vec{AB} \wedge \vec{AC} \neq \vec{0}$

Question 7

A - fausse ; car le périmètre du cercle est $2\pi R$.

B - fausse ; car :

$$e^{i\frac{\pi}{4}} + e^{i\frac{3\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} = i\sqrt{2}$$

C - fausse ; car : $C_9^5 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 126$ est le nombre des comités

D - fausse ; car le hectare est l'unité des surfaces.

E - Vraie.

Question 8

A - fausse ; car :

$$\begin{aligned} I &= 2 \cdot \int_0^{-a} (\tan^3(x) + \tan x) dx \\ &= 2 \cdot \int_0^{-a} \tan x (1 + \tan^2 x) dx \\ &= 2 \cdot \int_0^{-a} \tan'(x) \tan(x) dx = 2 \left[\frac{1}{2} \tan^2 x \right]_0^{-a} \\ &= \tan^2 a = \frac{1 - \cos^2 a}{\cos^2 a} = \frac{1}{\cos^2 a} - 1 \end{aligned}$$

B - fausse.

C - fausse ; car :

$$\begin{aligned} \text{On a : } J &= \int_0^{-a} \cos(2t) \cos^2(2t) dt \\ &= \int_0^{-a} \cos(2t) (1 - \sin^2(2t)) dt. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \int_0^{-a} [\cos(2t) - 1/2 \sin^2(2t) \sin 2(2t)] dt \\ &= \left[\frac{1}{2} \sin(2t) - \frac{1}{6} \sin^3(2t) \right]_0^{-a} \\ &= -\frac{1}{2} \sin(2a) + \frac{1}{6} \sin^3(2a) \end{aligned}$$

D - Fausse

$$\begin{aligned} J &= \frac{\sin(2a)}{2} \left[\frac{\sin^2(2a)}{3} - 1 \right] = \frac{2\cos a \sin a}{2} \left[\frac{\sin^2(2a)}{3} - 1 \right] \\ &= \sin a \left[\frac{\cos a \sin^2(2a)}{3} - \cos a \right]. \end{aligned}$$

E - Vraie

Question 9

A - fausse ; car, on a $I_0 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx = [\sin x]_0^{\frac{\pi}{4}} = 1$

B - fausse ; car :

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos x dx = [x \sin x]_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx \\ &= [x \sin x + \cos x]_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{2} - 1 \end{aligned}$$

• On trouve : $I_{n+2} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{n+2} - (n+2)(n+1)I_n$

D - Vraie.

E - fausse ; car, on a : $I_2 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - 2I_0 = \frac{\pi^2}{4} - 2$

Question 10

A - vraie ; car :

$$\cos\left(\frac{9\pi}{12}\right) = -\cos\left(\frac{3\pi}{12}\right) \text{ et } \cos\left(\frac{11\pi}{12}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$$

• Donc : $\cos^2\left(\frac{3\pi}{12}\right) + \cos^2\left(\frac{5\pi}{12}\right) + \cos^2\left(\frac{9\pi}{12}\right) + \cos^2\left(\frac{11\pi}{12}\right)$
 $= 2\cos^2\frac{3\pi}{12} + 2 = 3$

B - fausse ;

• car, on a : $f(4-x) + f(x) = 24x^2 - 96x + 192$

C - fausse ; car : $\sqrt{1-\sin 2x} = \sqrt{1-2\sin x \cos x}$
 $= \sqrt{(\cos x - \sin x)^2} = |\cos x - \sin x|$.

D - fausse ;

car, on a : $f(x+\pi) = 1 + 8\cos x - 4\cos(2x) \neq f(x)$.

E - fausse ;

car la propriété $(g \circ f)' = f' \cdot g'(f)$ est vraie.

Concours d'accès à la 1^{ère} année de Médecine et Pharmacie

2016 - 2017 (Casablanca)

Le nombre de questions est 6 :

I / Les courbes (C_f) et (C_g) ; voir au-dessous ; sont les courbes des deux fonctions f et g dans un repère orthonormé (Δ) la tangente à (C_f) au point $A(4,3)$.

1) Déduire de la courbe (C_f) la valeur $f'(2)$.

2) Trouver l'équation $y = ax + b$ de la tangente (Δ) et donner les valeurs de a et b :

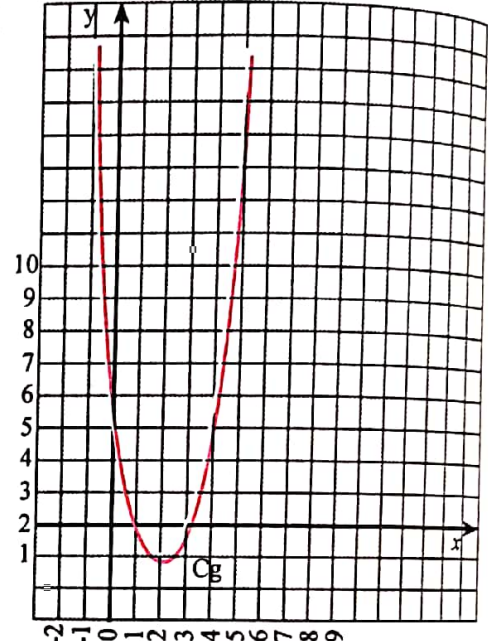
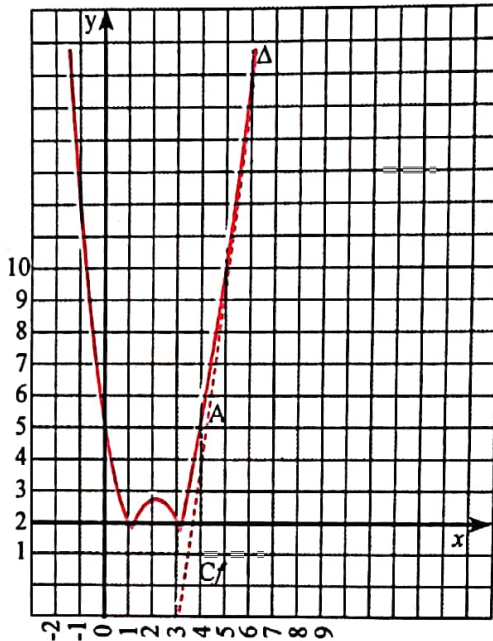
$a = \dots\dots\dots$ et $b = \dots\dots\dots$

3) On donne $g(x) = x^2 - 4x + 3$; marquer par une croix la bonne réponse

A. $f(x) = -g(x)$ ☐

B. $f(x) = g(x) + 1$ ☐

C. $f(x) = |g(x)|$ ☐



II / Donner le domaine de définition de la fonction h telle que : $h(x) = \ln(-x)\sqrt{1 - \ln(4x^2)}$

III / Calculer l'intégrale suivante : $\int_{-\frac{1}{2}}^{-1} \frac{4x+1}{\sqrt{2x^2+x}} dx$

IV / Calculer la limite suivante : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+2}{\sqrt{x}}$

V / Dans un repère orthonormé ; on considère le plan (P) d'équation : $x + 2y - z = 3$ et le plan (P') d'équation $3x + 2y - z = 5$. On pose $z = t$, parmi les propositions suivantes (A, B, C) ; quelle est la représentation paramétrique de la droite (Δ) intersection de (P) et (P') .

VI / Une urne contient 5 boules rouges, 3 boules noires et une boule blanche. Les boules sont indiscernables au toucher. On tire 3 boules de l'urne simultanément calculer les probabilités suivantes P_A et P_B des événements : A « Deux boules au moins sont rouges ».

B « Deux boules au moins ayant la même couleurs ».

Pour répondre à cette question ; on donne les propositions suivantes :

$$(\Delta) : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = \frac{1}{3} \\ z = 3t \end{cases} \quad (\Delta) : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases} \quad (\Delta) : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases}$$

1	$\frac{5}{28}$	$\frac{16}{84}$	$\frac{50}{84}$	$\frac{23}{28}$	$\frac{26}{42}$	1
---	----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	---

Corrigé du concours d'accès à la 1ère année de Médecine et Pharmacie

2016 - 2017 (Casablanca)

I / 1. La tangente (Δ) passe par les deux points A(4,3) et B(3,-1) son coefficient directeur est $f'(2)$

• donc : $f'(2) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1 - 3}{3 - 4} = 4$

2. On a l'équation de (Δ) est : $y = ax + b$ avec $a = f'(2)$

• Donc : $y_A = 4x_A + b \Leftrightarrow y_A - 4x_A = 3 - 16 = -13$

• D'où : $b = -13$ et $a = 4$

3. $f(x) = -g(x)$ fausse

$f(x) = g(x) + 1$ fausse

$f(x) = |g(x)|$ vraie

II / Domaine de définition de la fonction h telle que : $h(x) = \ln(-x)\sqrt{1 - \ln(4x^2)}$

est : $D_h = \{x \in \mathbb{R} / -x > 0 \text{ et } x \neq 0 \text{ et } 1 - \ln(4x^2) \geq 0\}$

$D_h = \{x \in \mathbb{R} / x < 0 \text{ et } \ln(4x^2) \leq 1\}$

$= \{x \in \mathbb{R} / x < 0 \text{ et } 4x^2 \leq e\}$

$= \{x \in \mathbb{R} / x < 0 \text{ et } |x| \leq \frac{\sqrt{e}}{2}\}$

$= \{x \in \mathbb{R} / x < 0 \text{ et } -\frac{\sqrt{e}}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{e}}{2}\}$

• D'où : $D_h = \left[-\frac{\sqrt{e}}{2}; 0\right]$

III / Calculons l'intégrale : $\int_{-\frac{9}{2}}^{-1} \frac{4x+1}{\sqrt{2x^2+x}} dx$

$I = 2 \int_{-\frac{9}{2}}^{-1} \frac{(2x^2+x)'}{2\sqrt{2x^2+x}} dx = 2 [\sqrt{2x^2+x}]_{-\frac{9}{2}}^{-1}$

$I = 2 \left[1 - \sqrt{\frac{81}{2} - \frac{9}{2}}\right] = 2 \left(1 - \sqrt{\frac{72}{2}}\right)$

$I = 2(1 - 6) = -10.$

IV / Calculons la limite : $\ell = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+2}{\sqrt{x}}$

$\ell = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} \left(3\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)}{2\sqrt{2x^2+x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 3\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} = +\infty$

V / La représentation paramétrique de la droite (Δ) est :

$$\begin{cases} x+2y-z=3 \\ 3x+2y+z=5 \\ z=t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=3+t \\ 3x+2y=5-t \\ z=t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=3+t \\ 2x=5 \\ z=t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z=t \end{cases}$$

Donc la réponse juste est **B**

VI / Soit Ω l'univers de possibilités

L'urne :

R	R	R	N	B
R	R		N	
			N	

$\text{Card } \Omega = C_9^3 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{6} = 84$

$P_A = \frac{C_5^2 C_4^1 + C_5^3}{84} = \frac{10 \cdot 4 + 10}{84} = \frac{50}{84} = \frac{25}{42}$

$P_B = \frac{50 + C_3^2 C_6^1 + C_3^3}{84} = \frac{50 + 18 + 1}{84} = \frac{69}{84} = \frac{23}{28}$

Concours d'accès à la 1ère année de Médecine dentaire Université Mohammed V

2016 (Rabat)

• Exercice 01 :

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $U_0 = 1$ et $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_{n+1} = \frac{2U_n}{\sqrt{1+U_n}}$;
On pose pour tout $n \in \mathbb{N} : V_n = \frac{U_n^2}{3 - U_n^2}$

Question 1 $(V_n)_n$ est géométrique de raison :

(A)	$\frac{1}{4}$	(B)	2	(C)	$\frac{1}{2}$	(D)	4
-----	---------------	-----	---	-----	---------------	-----	---

Question 2 L'expression de U_n est (en fonction de n) :

(A)	$\frac{2^n}{\sqrt{3+2^{2n}}}$	(B)	$\frac{2^n \sqrt{3}}{\sqrt{2+2^{2n}}}$	(C)	$\sqrt{\frac{3 \times 4^n}{2+4^n}}$	(D)	$\sqrt{\frac{4^n}{3+4^n}}$
-----	-------------------------------	-----	--	-----	-------------------------------------	-----	----------------------------

Question 3 La valeur de la limite : $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

(A)	$\frac{\sqrt{x}}{3}$	(B)	$\sqrt{3}$	(C)	2	(D)	$+\infty$
-----	----------------------	-----	------------	-----	---	-----	-----------

• **Exercice 02 :** On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = x + 2x \ln x + \frac{\ln x}{x}$.

Question 4 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ est :

(A)	$+\infty$	(B)	$-\infty$	(C)	0	(D)	1
-----	-----------	-----	-----------	-----	---	-----	---

Question 5 On admet que f est strictement croissante sur $]0, +\infty[$, l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle :

(A)	$]0, \frac{1}{2}[$	(B)	$]\frac{1}{2}, 1[$	(C)	$]1, e[$	(D)	$]0, +\infty[$
-----	--------------------	-----	--------------------	-----	----------	-----	----------------

Question 6 La fonction dérivée de la fonction $x \rightarrow x^2 \ln x$ est :

(A)	$x \rightarrow 2x \ln x + x$	(B)	$x \rightarrow x \ln x + x$	(C)	$x \rightarrow x(1 + \ln x^2)$	(D)	$x \rightarrow \frac{x}{2} \ln x$
-----	------------------------------	-----	-----------------------------	-----	--------------------------------	-----	-----------------------------------

Question 7 La valeur de l'intégrale : $\int_1^e f(x) dx$ est :

(A)	$e^2 + \frac{1}{2}$	(B)	$e^2 + \frac{1}{2}$	(C)	$\frac{1+e^2}{4}$	(D)	$\frac{1+e^2}{2}$
-----	---------------------	-----	---------------------	-----	-------------------	-----	-------------------

• **Exercice 03** : On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$: $I_n = \int_1^e x^n \ln x dx$

Question 8 In en fonction de n est :

(A)	$\frac{ne^{n+1} + 1}{(n+1)^2}$	(B)	$\frac{ne^{n+1}}{(n+1)^2}$	(C)	$n \frac{e^{n+1} + 1}{(n+1)^2} + \frac{1}{(n+1)^2}$	(D)	$\frac{e^n}{n} \frac{1}{(n+1)} + \frac{1}{(n+1)^2}$
-----	--------------------------------	-----	----------------------------	-----	---	-----	---

Question 9 La valeur de la limite ; $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$ est :

(A)	0	(B)	1	(C)	2	(D)	$+\infty$
-----	---	-----	---	-----	---	-----	-----------

• **Exercice 04** : Une urne U contient 4 boules dont trois numérotées, 2 et une numérotée 1, toutes les boules sont indiscernables au toucher.

Question 10 (1^{ère} expérience) ; on tire aléatoirement et simultanément 3 boules de l'urne U. La probabilité de l'événement : « Avoir la boule numérotée 1 parmi les boules tirées » est :

(A)	$\frac{1}{2}$	(B)	$\frac{3}{4}$	(C)	$\frac{1}{3}$	(D)	$\frac{1}{4}$
-----	---------------	-----	---------------	-----	---------------	-----	---------------

Question 11 (2^{ème} expérience) ; on tire aléatoirement et successivement avec répétition 3 boules de l'urne U. La probabilité de l'événement : « Avoir exactement une boule numérotée 1 et deux boules numérotées 2 » est :

(A)	$\frac{15}{64}$	(B)	$\frac{1}{16}$	(C)	$\frac{11}{16}$	(D)	$\frac{27}{64}$
-----	-----------------	-----	----------------	-----	-----------------	-----	-----------------

Question 12 (3^{ème} expérience) ; on tire aléatoirement une boules de l'urne U, puis on la remet à U, puis on tire simultanément deux boules de l'urne U. La probabilité de l'événement : « Parmi les boules tirées il y a une numérotée 1 et deux numérotées 2 » est :

(A)	$\frac{1}{2}$	(B)	$\frac{3}{4}$	(C)	$\frac{1}{3}$	(D)	$\frac{2}{3}$
-----	---------------	-----	---------------	-----	---------------	-----	---------------

Exercice 01 :

On a : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_{n+1} = \frac{2U_n}{\sqrt{1+U_n^2}}$ et $U_0 = 1$

Question 1

$$V_{n+1} = \frac{U_{n+1}^2}{3 - U_{n+1}^2} = \frac{4U_n^2}{1 + U_n^2} = \frac{1}{3 - \frac{4U_n^2}{1 + U_n^2}}$$

$$= \frac{4U_n^2}{1 + U_n^2} \cdot \frac{1 + U_n^2}{3 + 3U_n^2 - 4U_n^2} = \frac{4U_n^2}{3 + U_n^2} = 4V_n$$

Donc $(V_n)_n$ est une suite géométrique de raison q

$= 4$

D'où la réponse juste est : **(D)**

Question 2

On a : $V_n = \frac{U_n^2}{3 - U_n^2}$ et $(\forall n \in \mathbb{N}) V_n = \frac{1}{2} 4^n$

$$\Leftrightarrow V_n (3 - U_n^2) = U_n^2 \Leftrightarrow 3V_n = V_n U_n^2 + U_n^2$$

$$\Leftrightarrow U_n^2 = \frac{3V_n}{V_n + 1} \text{ et } U_n > 0$$

$$\Leftrightarrow U_n = \sqrt{\frac{3V_n}{V_n + 1}} = \sqrt{\frac{\frac{3}{2} 4^n}{\frac{1}{2} 4^n + 1}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 4^n}{4^n + 2}}$$

$$= \frac{2^n \sqrt{3}}{\sqrt{2 + 2^n}}$$

D'où la réponse juste est : **(B)**.

Question 3

• On a : $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{3 \cdot 4^n}{4^n + 2}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{3}{1 + \frac{2}{4^n}}}$

D'où la réponse juste est **(B)**.

Exercice 02 :

• On a : $f(x) = x + 2x \ln x + \frac{\ln x}{x}$

Question 4

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x + 2x \ln x + \frac{\ln x}{x} = -\infty$$

• D'où la réponse juste est **(B)**.

Question 5 On a f est continue et strictement

croissante sur $[\frac{1}{2}, 1]$ et $f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} - 3 \ln 2 < 0$ et

$$f(1) = 1 > 0$$

Donc l'équation $f(x) = 0$; admet une solution unique sur l'intervalle $]\frac{1}{2}, 1[$

D'où la réponse est **(B)**.

Question 6

On a : $(x^2 \ln x)' = (x^2)' \ln x + x^2 (\ln x)' = 2x \ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x}$

$$= 2x \ln x + x$$

D'où la réponse juste est **(A)**.

Question 7

• On a : $\int_1^e f(x) dx = \int_1^e \left(x + 2x \ln x + \frac{\ln x}{x} \right) dx$

$$= \int_1^e [(x^2 \ln x)' + (\ln x)' + (\ln x)' (\ln x)] dx$$

$$= \left[x^2 \ln x + \frac{1}{2} \ln^2(x) \right]_1^e = e^2 + \frac{1}{2}$$

D'où la réponse juste est : (A)

Exercice 03 :

On a : $I_n = \int_1^e x^n \ln x \, dx ; (n \in \mathbb{N})$

Question 8

$$\left. \begin{array}{l} u = \ln x \\ v' = x^n \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} u' = \frac{1}{x} \\ v = \frac{1}{n+1} x^{n+1} \end{array} \right.$$

$$I_n = \left[\frac{1}{n+1} x^{n+1} \ln x \right]_1^e - \frac{1}{n+1} \int_1^e x^n dx$$

$$= \left[\frac{1}{n+1} x^{n+1} \ln x \right]_1^e - \frac{1}{(n+1)^2} [x^{n+1}]_1^e$$

$$= \left[\frac{1}{n+1} x^{n+1} \left(\ln x - \frac{1}{n+1} \right) \right]_1^e$$

$$= \frac{e^{n+1}}{n+1} \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) + \frac{1}{(n+1)^2}$$

$$= e^{n+1} \frac{n}{(n+1)^2} + \frac{1}{(n+1)^2} = \frac{ne^{n+1} + 1}{(n+1)^2}$$

D'où la réponse juste est : (C).

Question 9

On a : $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{ne^{n+1}}{(n+1)^2} + \frac{n}{(n+1)^2} = +\infty.$

D'où la réponse juste est : (D)

Exercice 04 :

L'urne : $\left| \begin{array}{cc|c} 2 & 2 & 1 \\ & 2 & \end{array} \right|$

Question 10

Soit Ω univers de possibilités ; on

a : $\text{Card } \Omega = C_4^3 = 4$ et soit A l'événement « Avoir la boule numérotée 1 ».

On a : $\text{Card } A = C_1^1 C_3^2 = 3.$

D'où : $P(A) = \frac{3}{4}$

Donc la réponse juste est : (B).

Question 11

Soit Ω Univers de possibilités ; on

a : $\text{Card } \Omega = 4^3$, soit B l'événement « Avoir une boule numérotée 1 et deux boules numérotées 2 »

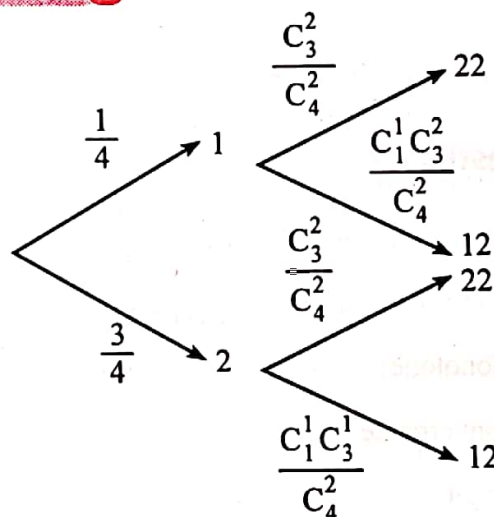
On a : $\text{Card } B = \frac{3!}{2! 1!} 3^2 \cdot 1^1 = 3^3$

Donc : $P(B) = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$

D'où la réponse juste est : (D).

Question 12

On considère l'arbre suivant :



Soit C l'événement « Avoir une boule numérotée 1 et deux boules numérotées 2 »

$$\begin{aligned} \text{On a : } P(C) &= \frac{1}{4} \frac{C_3^2}{C_4^2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{C_1^1 C_3^1}{C_4^2} \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

D'où la réponse juste est : (A).

Question 21

Soient m une constante de $\mathbb{R}$ et h la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $h(x) = x^m - (\ln x)^2$

- A** - Si $m > 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$
- B** - Si $m < 0$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = 0$
- C** - Si $m < 0$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = -\infty$
- D** - Si $m \leq 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$
- E** - Si $m > 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$

Question 22

Soit U_n la suite définie par $U_n = \frac{(-1)^n}{n^2}$
 $n \in \mathbb{N}$ et $n \neq 0$. La suite $(U_n)_{n \geq 1}$ est :

- A** - Monotone.
- B** - Convergente.
- C** - Négative.
- D** - Décroissante et minorée.
- E** - Croissante et majorée.

Question 23

- A** - La partie réelle de $(1 - i)^5$ est $\sqrt{2}$.
- B** - La partie imaginaire de $(1 + i)^{20}$ est 42.
- C** - $(1 + i)^{20}$ est réel.
- D** - L'équation $z^4 - 1 = 0$ possède une et une seule solution dans $\mathbb{C}$.

E - L'équation $z^4 - 1 = 0$ possède trois solutions distinctes dans $\mathbb{C}$.

Question 24 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ \cos x, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- A** - L'équation $f(x) = 0$ possède trois solutions dans l'intervalle $]-\infty, 2\pi]$.
- B** - f n'est pas continue en 0.
- C** - f est dérivable en 0.
- D** - L'équation $f(x) = 0$ possède deux solutions dans l'intervalle $]-\infty, \pi]$.
- E** - L'équation $f(x) = 0$ possède une et une seule solution dans l'intervalle $]-\infty, \pi]$.

Question 25

- A** - $\int_2^e \frac{1}{x \ln x} dx = -2$.
- B** - $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx = -\frac{1}{2} \ln 2$.
- C** - $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx = \ln 2$.
- D** - $\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = 4 + 2\sqrt{e}$.
- E** - $\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = 4 - 2\sqrt{e}$.

Question 26 Soient f et g les fonctions définies respectivement sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2} \text{ et } g(x) = \int_x^{x+1} f(t) dt.$$

- A - L'image de $\mathbb{R}$ par f est $]0, 1]$.
- B - L'image de $\mathbb{R}$ par f est $]0, +\infty]$.
- C - La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = f(x) - f(x+1)$.
- D - Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) < 0$.
- E - Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $0 \leq g(x) < 1/2$.

Question 27 Soient n et p deux entiers naturels strictement positifs.

- A - Si $n^2 + np + p^2$ est pair, alors n est impair et p est pair.
- B - Si $n^2 + np + p^2$ est pair, alors n est pair et p est impair.
- C - Si $n^2 + np + p^2$ est pair, alors np est impair.
- D - Si $n^2 + np + p^2$ est pair, alors n et p sont pairs.
- E - Si $n^2 + np + p^2$ est pair, alors n et p sont impairs.

Question 28

- A - $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{2dx}{\cos^2(x)} = 1 - \sqrt{2}$
- B - $\int_{-\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{8}} \frac{2dx}{\cos^2(x)} = 2(1 - \sqrt{2})$.
- C - $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{2dx}{\cos^2(x)} = 4(\sqrt{2} - 1)$
- D - $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2dx}{\cos^2(x)} = 4$.
- E - $\int_{-\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{8}} \frac{2dx}{\cos^2(x)} = 4(1 - \sqrt{2})$

Question 29

Soient (U_n) et (V_n) deux suites définies pour tout

$$n \in \mathbb{N}^*, \text{ par } U_n = \frac{e^n}{n^n} \text{ et } V_n = \ln(U_n).$$

- A - La suite (V_n) et la suite (U_n) ont la même limite.
- B - La suite (V_n) est strictement croissante.
- C - La suite (U_n) est strictement croissante.
- D - La suite (U_n) est bornée.
- E - La suite (U_n) admet une limite et cette limite est non nulle.

Question 30

On considère la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $U_0 = 1$ et pour tout :

$$n \in \mathbb{N} : U_{n+1} = \frac{1}{3} U_n + n - 2$$

On définit la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$V_n = -2U_n + 3n - \frac{21}{2}.$$

- A - Pour tout entier naturel $n \geq 5$, $U_n \leq n - 3$.
- B - Pour tout entier naturel $n \geq 5$, $U_n \geq n - 3$.
- C - La limite de la suite (U_n) est finie.
- D - La suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$ et de premier terme $\frac{21}{2}$.
- E - Pour tout $n \in \mathbb{N} : U_n = \frac{25}{4} \left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{3}{2}n + \frac{21}{4}$

Corrigé Concours d'accès à la 1^{ère} année de Médecine Université Cadi Ayyad

2015 (Marrakech)

Question 21

$$h(x) = x^m - (\ln x)^2$$

A - Faux ; car : Si $m > 0$; alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^m - (\ln x)^2 = +\infty$

B - Faux ; car : Si $m < 0$; alors $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^m - (\ln x)^2 = +\infty$

C - Faux ; car : Si $m < 0$; alors $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^m - (\ln x)^2 = +\infty$

D - Faux ; car : si $m \leq 0$; alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^m - (\ln x)^2 = -\infty$

E - Vraie.

Question 22

$$U_n = \frac{(-1)^n}{n^2} ; n \in \mathbb{N}^*$$

A - Faux ; car : $U_{n+1} - U_n = \frac{(-1)^n (-2n-1)}{n^2 (n+1)^2}$ change de signe.

B - Vraie ; car : $\lim_{n \rightarrow 0} U_n = 0$; ($|U_n| < \frac{1}{n^2}$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} = 0$).

C - Faux ; car : Un change de signe.

D - Faux ; car : $U_{n+1} - U_n$ change de signe.

E - Faux.

Question 23

$$\begin{aligned} \text{A - Faux ; car : } (1-i)^5 &= \sqrt{2}^5 \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \\ &= -4 + 4i. \end{aligned}$$

$$\text{B - Faux ; car : } (1+i)^{20} = -2^{10}.$$

$$\text{C - Vraie ; car : } (1+i)^{20} = -2^{10}.$$

$$\text{D - Faux ; car : } z^4 - 1 = 0 \Leftrightarrow z = 1 \text{ ou } z = -1 \text{ ou } z = i \text{ ou } z = -i.$$

E - Faux ; car : $z^4 - 1 = 0$ admet quatre solutions distinctes dans D.

Question 24

A - Faux ; car $f(x) = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2}$ ou $x = \frac{3\pi}{2}$ dans $] -\infty, 2\pi]$.

B - Faux ; car $\lim_{0^+} f(x) = 1 = \lim_{0^-} f(x)$.

C - Faux ; car $f'_d(0) = 0$ et $f'_g(0) = 1$.

D - Faux ; car $f(x) = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2}$.
 $x \in]-\infty, \pi]$ $x \in]-\infty, \pi]$.

E - Vraie.

Question 25

$$\text{A - Faux ; car : } \int_2^e \frac{1}{x \ln x} dx = [\ln |\ln x|]_2^e = -\ln(\ln 2).$$

$$\text{B - Faux ; car : } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx = [-\ln |\cos x|]_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{2} \ln 2.$$

C - Faux.

$$\begin{aligned} \text{D - Faux ; car : } \int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx &= [2\sqrt{x} \ln x]_1^e - [4\sqrt{x}]_1^e \\ &= 4 - 2\sqrt{e}. \end{aligned}$$

E - Vraie.

Question 26

A - Vraie ; car :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)	0	1	0

B - Faux.

C - Faux ; car : $g'(x) = f'(x+1) - f(x)$.

D - Faux ; car : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f(x) > 0 ;$

donc : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; g(x) > 0.$

E - Faux ; car : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; 0 < f(t) \leq 1$

donc : $0 < g(x) \leq 1$ pour $x \in \mathbb{R}.$

Question 27

A - Faux ; car la négation est fausse.

B - Faux ; car la négation est fausse.

C - Faux ; car la négation est fausse.

D - Vraie ; car la négation est vraie.

E - Vraie ; car la négation est vraie.

Question 28

A - Faux ; car : $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{2dx}{\cos^2(x)} = 2[\tan x]_0^{\frac{\pi}{8}} = 2(\sqrt{2} - 1).$

B - Faux ; car : $\int_{-\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{8}} \frac{2dx}{\cos^2(x)} = 4(\sqrt{2} - 1).$

C - Faux ; car : $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2dx}{\cos^2(x)} = 4.$

D - Vraie.

E - Faux ; car (voir B).

Question 29

A - Faux ; car : $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0^+$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = +\infty$

B - Faux ; car : $V_{n+1} - V_n = \ln\left(\frac{V_{n+1}}{V_n}\right) < 0.$

C - Faux ; car : $\frac{U_{n+1}}{U_n} - 1 = \frac{n^n \left(e - \left(\frac{n}{n} \right)^n \cdot (n+1) \right)}{(n+1)^{n+1}} < 0.$

D - Vraie ; car : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) , 0 < U_n < 1.$

E - Faux ; car : $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0^+.$

Question 30

$U_0 = 1 ; U_{n+1} = \frac{1}{3} U_n + n - 2 ; (n \in \mathbb{N}).$

$U_n = -2U_n + 3n - \frac{21}{2}.$

A - Faux ; car pour $n = 5 ;$ on a : $U_5 = \frac{1016}{243} > 2.$

B - Vraie.

C - Faux ; car supposons que la limite (U_n) est finie et égale à $\ell.$

• Alors on aura : $\ell = \frac{1}{2}\ell + \infty - 2$ absurde.

D - Faux ; car certainement $(V_n)_n$ est géométrique de raison $\frac{1}{3}$ mais son premier terme est : $V_0 = \frac{25}{2}.$

E - Faux ; car :

On a : $V_n = \frac{-25}{2} \left(\frac{1}{3} \right)^n$ et $V_n = -2U_n + 3n - \frac{21}{2}$

• Donc : $2U_n = -V_n + 3n - \frac{21}{2}$

$\Leftrightarrow U_n = -\frac{1}{2}V_n + \frac{3}{2}n - \frac{21}{4}$

$\Leftrightarrow U_n = \frac{25}{4} \left(\frac{1}{3} \right)^n + \frac{3}{2}n - \frac{21}{4}.$

Concours d'accès à la 1^{ère} année de Médecine et Pharmacie épreuve de Maths

2015-2016 (Oujda)

Question 1

- On considère le complexe : $z = \frac{\sqrt{3} - i}{1 - i}$

A - $z = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} - \frac{\sqrt{3} - 1}{2}i$

C - $z = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} - \frac{\sqrt{3} - 1}{2}i$

E - $z = \sqrt{6} \left(\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) \right)$

B - $z = \sqrt{3} \left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right)$

D - $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

Question 2

- On considère la suite numérique $(U_n)_n$ définie par :

$(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n = \left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{4} \right)^n$ et $U_0 = 1$.

A - $U_4 = \frac{1}{32} (1 + i\sqrt{3})$

C - $\lim_{n \rightarrow +\infty} |U_n| = 2$

E - Toutes les réponses proposées sont fausses.

B - $|U_n| = 2^n$

D - La valeur de n pour que U soit réel est : $n = 3k + 1 ; (k \in \mathbb{N})$

Question 3

- On considère les deux suites : $V_n = -5 \cdot (\sqrt{2})^n$ et $U_n = \sum_{p=0}^{n-1} \frac{2}{3^p}$

A - $U_n = 2 \cdot (1 + 3^n)$

C - $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 3$

E - $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$

B - $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 0$

D - $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = -5$

Question 4

- D'après une étude effectuée autour de la présence des spectateurs dans les stades de football ; on constate que 80% des adhérents renouvellent leur adhérence et 4000 nouveaux spectateurs s'adhèrent par année. On note V_n le nombre d'adhérents à la fin de l'année n et on a : $V_0 = 7000$.

On pose $U_n = 2 \cdot 10^4 - V_n$.

A - $V_{n+1} = 11000 + 0,8 V_n$

C - $(U_n)_n$ est arithmétique

E - $U_n = 13000 \cdot (0,2)^{n+1}$

B - $V_{n+1} = 7000 + 0,8 V_n$

D - $U_n = 13000 \cdot (0,8)^n$

Question 5 • On considère la fonction numérique g définie par : $g(x) = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + 4} + \frac{x^2}{2}$

A - Domaine de définition de g est : $Dg =]-\infty, 2] \cup [2, +\infty[$

B - Dans un intervalle déterminé, on a : $g^{-1}(x) = \frac{x}{2\sqrt{3} + 1}$

C - $(g^{-1})'(0) = 1$

D - $g'(0) = 0$

E - $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 2$

Question 6

A - Si la diagonale d'un cube est $4\sqrt{2}$ cm, alors son volume est : 8cm^3 .

B - Il faut multiplier le rayon d'une sphère par $\sqrt[3]{3}$ pour que son volume se triple.

C - Si $x^2 + y^2 = 208$ et $xy = 58$, alors $x + y = 16$.

D - Le produit de trois entiers naturels successifs est 990, alors la somme de deux petits valeurs est 21

E - Toutes les réponses proposées sont fausses.

Question 7 • Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x + \sin(2x)$ et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$

A - f est paire

B - O n'est pas un centre de symétrie pour (C_f) .

C - (C_f) est située au-dessus de la droite : $y = 2x + 1$.

D - La période de f est π .

E - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 4$.

Question 8 • On considère la fonction f telle que :

$f(x) = 2 \sqrt{\frac{\ln(1-x)}{1-x}}$ et $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-nx} \sin x \, dx$ et $J_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-nx} \cos x \, dx$.

A - $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$

B - pour $x = -\sqrt{e}$, on a : $f'(x) = 0$

C - $J_n - nI_n = e^{-n\frac{\pi}{2}}$

D - $I_n = \frac{1 - ne^{-n\frac{\pi}{2}}}{n^2 + 1}$

E - $J_n = \frac{1 + ne^{-n\frac{\pi}{2}}}{n^2 + 1}$

Question 9 • Soient les deux intégrales : $J = \int_0^a \frac{\sin 2x}{1 + 2\sin x} \, dx$ et $I = \int_0^a \frac{\cos 2x}{1 + 2\sin x} \, dx$

A - $I = 1 - \ln(1 - \sin a)$

B - $I = 1 - \ln(1 - 2\sin a)$

C - $J = \sin a + \ln(1 + 2\sin a)$

D - $J = \sin a + \ln\left(\frac{1}{\sqrt{1 + 2\sin a}}\right)$

E - Toutes les réponses proposées sont fausses.

Question 10 • On considère la suite $(I_n)_n : (n \geq 1) ; I_n = \int_0^a x^n \cdot e^{-x} \cdot dx$

A - $I_1 = 1 + \frac{a+1}{e^a}$

B - La suite (I_n) est croissante pour $a = 1$

C - $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n = +\infty$ (avec $a = 1$)

D - $I_n = n \cdot I_{n-1} + a^n \cdot e^{-a}$

E - Toutes les réponses proposées sont fausses.

Corrigé concours d'accès à la 1^{ère} année de Médecine et Pharmacie

2015 - 2016 (Oujda)

Exercice 1

A - fausse ; car : $z = \frac{\sqrt{3} - i}{1 - i} = \frac{(\sqrt{3} - i)(1 + i)}{2}$
 $= \frac{\sqrt{3} + 1}{2} + i \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$

B - fausse ; car : $z = \frac{2\left(\cos\left(\frac{-\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{-\pi}{6}\right)\right)}{\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{-\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{-\pi}{4}\right)\right)}$
 $= \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}\right)$

C - fausse ; car : $z = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} + i \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$

D - vraie ; car : $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{3} - 1}{2}\right) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{6}}{4}$

E - fausse ; car : $z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}\right)$

Exercice 2

On a : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_{n+1} = \left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{4}\right) U_n$ et $U_0 = 1$

A - fausse ; car : $U_4 = \left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{4}\right)^4$
 $= \left(\frac{1}{4}\right)^4 2^4 \left(\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3}\right)$
 $= \frac{1}{32} (-1 - i\sqrt{3})$

B - fausse ; car : $|U_n| = \left|\left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{4}\right)^n\right| = \left|\frac{1 + i\sqrt{3}}{4}\right|^n$
 $= \left(\frac{1}{2}\right)^n$

C - fausse ; car : $\lim_{n \rightarrow +\infty} |U_n| = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$

D - fausse ; car : $U_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n e^{i\frac{\pi}{3}n} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{\pi}{3}n = k\pi ;$
 $(k \in \mathbb{Z})$

$\Leftrightarrow n = 3k ; (k \in \mathbb{Z})$

E - vraie ;

Exercice 3

$V_n = -5 \cdot (\sqrt{2})^n$ et $U_n = \sum_{p=0}^{n-1} \frac{2}{3^p}$

A - fausse ; car : $U_n = 2 \sum_{p=0}^{n-1} \left(\frac{1}{3}\right)^p = 2 \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n}{1 - \frac{1}{3}}$
 $= 3 \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right)$

B - fausse ; car : $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = -\infty ; (\sqrt{2} > 1)$

C - vraie ; car : $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 3 \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right)$
 $= 3 ; (-1 < \frac{1}{3} < 1)$

D - fausse ; car : $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = -\infty$

E - fausse ; car : $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 3$

Exercice 4

A - fausse ; car :

On a : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; V_{n+1} = 4000 + 80\% V_n$
 $V_{n+1} = 4000 + 0,8 V_n$

B - fausse ; (voir (A))

C - fausse ; car : $U_{n+1} = 2 \cdot 10^4 - V_{n+1}$
 $= 2 \cdot 10^4 - 400 - 0,8 V_n$
 $= 16000 - 0,8 V_n$
 $= 0,8 (2 \cdot 10^4 - V_n) = 0,8 U_n$

D'où (U_n) est géométrique de raison 0,8.

D - vraie ; car : $U_n = U_0 (0,8)^n$
 $= (20000 - 7000) (0,8)^n$
 $= 13000 (0,8)^n$

E - fausse ; (voir (D)).

Exercice 5

A - fausse ; car $(\forall x \in \mathbb{R}) ; x^2 + 4 > 0$ et donc : $Dg = \mathbb{R}$

B - fausse ; car : si $g^{-1}(x) = \frac{x}{2\sqrt{x+1}}$
alors $g(g^{-1}(x)) \neq x$

C - vraie ; car : $(g^{-1})'(0) = \frac{1}{(g')'(0)} = \frac{1}{g'(0)} = 1$

$$\begin{cases} g(0) = 0 ; \\ g'(0) = 1 \end{cases}$$

D - fausse ; car on a : $g'(0) = 1$

E - fausse ; car : $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{2} \left(\frac{4}{\sqrt{x^2 + 4} - x} \right)$
 $= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{2} \cdot \frac{4}{(-x) \left(\sqrt{1 + \frac{4}{x^2}} + 1 \right)} = -1$

Exercice 6

A - fausse ; car on a : $V = (4\sqrt{2} \text{ cm})^3 = 64(\sqrt{2})^3 \text{ cm}^3$

B - vraie ; car on a : $V = \frac{4\pi}{3} R^3$ (volume d'une sphère de rayon R)

Donc : $3V = \frac{12\pi}{3} R^3 = 4\pi R^3$ et $\frac{4\pi}{3} (R \cdot \sqrt[3]{3})^3 = 4\pi R^3$

C - fausse ; car : $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = 208 + 116 = 324 \Leftrightarrow |x+y| = 18$

D - fausse ; car : $n(n+1)(n+2) = 990$ et $n+n+1 = 21$

$$\Leftrightarrow n(n+1)(n+2) = 99 \text{ et } n = 10$$

$$\Leftrightarrow n = 10 \text{ et } 10 \cdot 11 \cdot 12 = 990$$

$$\Leftrightarrow n = 10 \text{ et } 1320 = 990$$

E - fausse.

Exercice 7

A - fausse ; car : $f(-\pi) \neq f(\pi)$

et $f(-\pi) = -2\pi$ et $f(\pi) = 2\pi$

B - fausse ; car : f est impaire ; donc O est centre de symétrie pour (C_f)

C - fausse ; car : $f(x) - (2x+1) = \sin(2x) - 1 \leq 0$
(pour tout $x \in \mathbb{R}$).

D - fausse ; car : f n'est pas périodique.

E - vraie ; car : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x} + \frac{\sin 2x}{x} = 2 + 2 = 4$

Exercice 8

A - fausse ; car on a : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

B - fausse ; car : $f'(x) = \frac{2}{(1-x)^2} \frac{(-1+2\ln(1-x))}{2\sqrt{\ln(1-x)}}$

et $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 - \sqrt{e}$

C - fausse ; car :

$$\text{On a : } (J_n - nI_n) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^{-nx} \cos x - ne^{-nx} \sin x) dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^{-nx} \sin x)' dx$$

$$= [e^{-nx} \sin x]_0^{\frac{\pi}{2}} = e^{-\frac{n\pi}{2}}$$

D - vraie.

E - fausse ; car on a : $J_n = \frac{n + e^{-\frac{n\pi}{2}}}{1 + n^2}$

Exercice 9

On a : $J = \int_0^a \frac{\sin 2x}{1+2\sin x} dx$ et $I = \frac{1}{2} \ln(1+2\sin a)$

Donc :

A - fausse.

B - fausse.

C - fausse.

D - fausse.

E - vraie.

Exercice 10

A - fausse ; car : $I_1 = \int_0^a x \cdot e^{-x} \cdot dx$

$$= [-xe^{-x}]_0^a - [e^{-x}]_0^a$$

$$= 1 - \frac{a+1}{e^a}$$

B - fausse ; car : $I_{n+1} - I_n = \int_0^1 x^n \cdot e^{-x} (x-1) \cdot dx \leq 0$
(pour $a = 1$)

C - fausse ; car I_n ne dépend pas de x .

D - fausse ; car on a : $I_n = nI_{n-1} - a^n e^{-a}$

(En utilisant une intégration par parties)

E - vraie.

Concours d'accès en 1^{ère} année de Médecine et Pharmacie Université HASSAN II

2015-2016 (Casablanca)

• Le nombre de question est 06

I - On considère la fonction f définie par : $f(x) = e^x (\cos x - \sin x)$

Et soit (Cf) sa courbe dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Calculer la limite suivante : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2) Etude de la fonction f sur : $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{5}\right]$

Répondre aux questions suivantes :

2.1) Donner les coordonnées du point $A(x, f(x))$ par lequel passe une tangente horizontale à (Cf) ; $A(\dots\dots\dots)$.

2.2) Répondre par oui ou non aux propositions suivantes :

(a) f est décroissante sur $\left[\frac{3\pi}{4}, \pi\right]$; (b) f est décroissante sur $\left[\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right]$.

II - Calculer la limite suivante : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + 2x\sqrt{3} + x^2}{3 - x^2}$

III - Calculer l'intégrale suivante : $I = \int_0^1 \frac{x}{2x^4 + 3x^2 + \frac{9}{8}} dx$

IV - Soient A, B et C trois points de plan complexe d'affixes respectives :

$z_A = 2 - 4i$ et $z_B = 4 + 2i$ et $z_C = 8 - 6i$

On pose : $W = \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$

1) Calculer le module et un argument de W.

2) Déterminer la nature du triangle ABC.

V - On met dans une solution nourrissante 1000 bactéries quelconques. On observe que ces bactéries se développent de 50% par journée. On note par U_n le nombre de bactéries trouvées dans le liquide pour le jour "n".

1) Quelle est la nature de la suite $(U_n)_n$.

2) Donner sa raison.

VI - Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher. Un nombre de ces boules sont noires le reste sont blanches. Ces boules sont soit décorées soit non. On a 3 boules noires, 7 décorées et une boule noire et décorée. Pour répondre aux questions (1) et (2) on peut utiliser les propositions suivantes :

1) On tire aléatoirement une seule boule de l'urne.

Calculer la probabilité p pour avoir une boule noire décorée.

1	0,900	0,343	0,216	0,166	0
---	-------	-------	-------	-------	---

2) On tire successivement et avec remise 3 boules de l'urne. Calculer la probabilité p' pour avoir 3 boules blanches et décorées.

Corrigé concours d'accès en 1^{ère} année de Médecine et Pharmacie Université HASSAN II 2015 - 2016 (Casablanca)

I - Calculons la limite suivante : $\ell = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

1) On a : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; -1 \leq \cos x \leq 1$ et $-1 \leq \sin x \leq 1$
 $(\forall x \in \mathbb{R}) ; -1 \leq \cos x \leq 1$ et $-1 \leq -\sin x \leq 1$

Donc : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; -2 \leq \cos x - \sin x \leq 2$

D'où : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; |\cos x - \sin x| \leq 2$

Par la suite $(\forall x \in \mathbb{R}) ; |f(x)| \leq 2e^x$ (car $(\forall x \in \mathbb{R}) ; e^x > 0$)

Donc : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ (car : $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2e^x = 0$)

2) Etude de la fonction f sur l'intervalle $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$

2.1) On a : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) = -2e^x \sin x$

Et puisque : $\left\{ \begin{array}{l} \sin x = 0 \Leftrightarrow x = \pi ; \\ x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] ; \text{ et } A(\pi ; -e^\pi) \text{ et } f'(\pi) = 0 \end{array} \right\}$

2.2) On a : $\forall x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] ; f'(x) = -2e^x \sin x$

Et puisque : $\forall x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] ; -2e^x < 0$ et $\sin x \geq 0$

Alors : $\forall x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right] ; f'(x) \leq 0$

Et puisque : $\forall x \in \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right] ; -2e^x < 0$ et $\sin x \leq 0$

Alors : $\forall x \in \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right] ; f'(x) \geq 0$

Donc :

a - Proposition vraie : sur $\left[\frac{3\pi}{4}, \pi\right]$ f est décroissante.

b - Proposition fausse : sur $\left[\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right]$ f est croissante.

II - Calculons : $\ell_1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + 2x\sqrt{3} + x^2}{3 - x^2}$

$$\ell_1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{-x^2} = -1$$

III - Calculons l'intégrale : $I = \int_0^1 \frac{x}{2x^4 + 3x^2 + \frac{9}{8}} dx$

On a : $2x^4 + 3x^2 + \frac{9}{8} = 2\left(x^4 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{16}\right) = 2\left(x^2 + \frac{3}{4}\right)^2$

$$\begin{aligned} \text{D'où : } I &= \int_0^1 \frac{x}{2\left(x^2 + \frac{3}{4}\right)^2} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{\left(x^2 + \frac{3}{4}\right)'}{2\left(x^2 + \frac{3}{4}\right)^2} dx \\ &= \frac{1}{4} \left[-\frac{1}{x^2 + \frac{3}{4}} \right]_0^1 = -\frac{1}{4} \left(-\frac{1}{1 + \frac{3}{4}} - \frac{1}{\frac{3}{4}} \right) \\ &= -\frac{1}{4} \left(\frac{4}{7} - \frac{4}{3} \right) = -\frac{1}{4} \left(\frac{12 - 28}{21} \right) = \frac{16}{4 \times 21} = \frac{4}{21} \\ \text{Donc : } I &= \frac{4}{21}. \end{aligned}$$

IV - 1) Le module et un argument de W :

$$\begin{aligned} \text{On a : } W &= \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = \frac{4 + 2i - 2 + 4i}{8 - 6i - 2 + 4i} = \frac{2 + 6i}{6 - 2i} \\ &= \frac{2i(3 - i)}{2(3 - i)} = i \end{aligned}$$

Donc : $|W| = 1$ et $\arg(W) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$.

2 - Le triangle ABC est isocèle et rectangle en A.

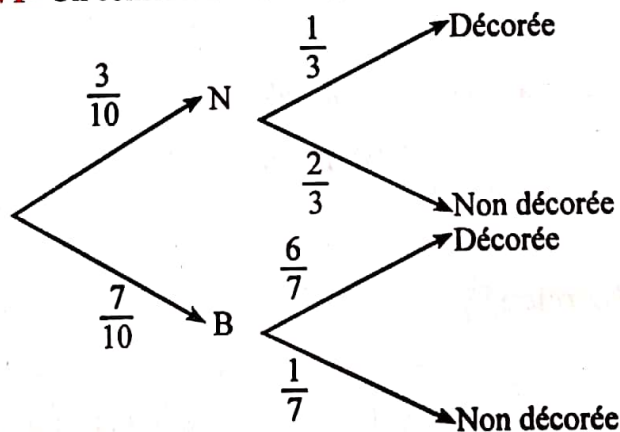
V - On a : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_{n+1} = U_n + 50\% U_n$

Donc : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_{n+1} = \frac{3}{2} U_n$

D'où : (1) La suite $(U_n)_n$ est géométrique.

(2) La raison de la suite (U_n) est $\frac{3}{2}$.

VI - On considère l'arbre suivant :



$$\text{Donc : (1) } P = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{3} + \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{3} = 0,9$$

$$(2) P' = \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125} = 0,216.$$

Exercice 1

Le domaine de définition de la fonction f définie par :

$$f(x) = \ln \left(\frac{x-1}{x+1} \right) \text{ est :}$$

- A - $[1, +\infty[$
- B - $\mathbb{R}$
- C - $] -\infty, -1[\cup] 1, +\infty[$
- D - $] -\infty, -1[$
- E - $] 1, +\infty[$

Exercice 2

La dérivée de la fonction : $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \rightarrow \ln(\sqrt[3]{e^x})$ est la fonction g' définie sur $\mathbb{R}$
 par :

- A - $g'(x) = \frac{x-1}{3\sqrt[3]{e^{2x}}}$
- B - $g'(x) = \frac{x-1}{3\sqrt[3]{e^x}}$
- C - $g'(x) = \frac{e^x}{3}$
- D - $g'(x) = \frac{1}{3}$
- E - $g'(x) = \frac{1}{3e^x}$

Exercice 3

La valeur de l'intégrale :

$$I = \int_0^\pi 2e^x \sin(x) dx \text{ est :}$$

- A - $I = e^\pi$
- B - $I = e^\pi - 1$
- C - $I = e^\pi + 1$
- D - $I = 0$
- E - $I = 1 - e^\pi$

Exercice 4

Soit m un réel non nul. La solution générale
 de l'équation différentielle :

$$y'' - 2my' + 2m^2y = 0 \text{ est la fonction } y \text{ définie sur } \mathbb{R} \text{ par :}$$

- A - $y(x) = e^{mx}(a \cos(mx) + b \sin(mx))$
- B - $y(x) = ae^{mx} + be^{-mx}$
- C - $y(x) = ae^{mx} + b$
- D - $y(x) = (ax + b)e^{mx}$
- E - $y(x) = a \cos(mx) + b \sin(mx)$

Exercice 5

L'intersection de la sphère :

$S(\Omega(1, 1, 1), R = 1)$ et le plan d'équation :

$(P) : x - y + z + \sqrt{3} - 1 = 0$ est :

- A - Segment
- B - Demi-cercle
- C - Un point
- D - ensemble vide.
- E - Cercle.

Exercice 6

On considère trois urnes U_1 , U_2 et U_3 qui contiennent 20 boules distribuées comme suit :

Urne	U_1	U_2	U_3
Nombre de boules blanches	4	3	1
Nombre de boules vertes	3	4	5

On choisit au hasard une urne et on tire une seule boule sachant que la boule tirée est blanche alors la probabilité p pour qu'elle soit de U_1 est

A - $p = \frac{24}{49}$

B - $p = \frac{4}{21}$

C - $p = \frac{7}{18}$

D - $p = \frac{8}{20}$

E - $p = \frac{4}{7}$

Exercice 7

L'écriture exponentielle du complexe : $\frac{\sqrt{3} - i}{-1 + i\sqrt{3}}$ est :

A - $e^{\frac{5\pi}{6}}$

B - $-e^{\frac{5\pi}{6}}$

C - $2e^{\frac{5\pi}{6}}$

D - $e^{\frac{4\pi}{6}}$

E - 2

Exercice 9

La limite de la suite :

$S_n = \ln\left(\sum_{k=0}^n \frac{e^k}{3^{k+1}}\right)$ est :

A - $\ln(3)$

B - $-\infty$

C - $\ln(e)$

D - $+\infty$

E - $-\ln(3 - e)$

Exercice 8

La forme algébrique du complexe :

$(-1 + i)^{2012}$ est :

A - 2^{2012}

B - $2^{2012} \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$

C - $-2^{2012} i\sqrt{2} \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$

D - -2^{1006}

E - -2^{2013}

Exercice 10

La limite l en l de la fonction R définie par :

$R(x) = \frac{1}{x-1} \int_1^x e^{-t^2} dt$ est :

A - $l = \frac{1}{e^2}$

B - $l = \frac{1}{e}$

C - n'existe pas.

D - $l = +\infty$

E - $l = 0$.

Exercice 1

Domaine de définition de f telle que :

$$f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \text{ est :}$$

Soit D ce domaine ;

$$\text{alors : } D = \left\{ x \in \mathbb{R} / x+1 \neq 0 \text{ et } \frac{x-1}{x+1} > 0 \right\}$$

On a :

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$x-1$	-		-	+
$x+1$	-		+	+
$\frac{x-1}{x+1}$	+		-	+

$$\text{D'où : } D =]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$$

Exercice 2

La dérivée de g telle que : $g(x) = \ln(\sqrt[3]{e^x})$

$$\text{On a : } g(x) = \ln(\sqrt[3]{e^x})$$

$$\text{D'où : } g(x) = \frac{1}{3} \ln(e^x) = \frac{1}{3}x$$

$$\text{Par la suite : } g'(x) = \frac{1}{3}$$

Exercice 3

$$\text{La valeur de l'intégrale : } I = \int_0^\pi 2e^x \sin(x) dx = 2I'$$

On utilise une intégration par partie pour I' .

$$\left. \begin{array}{l} u' = e^x \\ v = -\cos x \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} u = e^x \\ v' = \sin x \end{array} \right.$$

$$I' = ([-e^x \cos x]_0^\pi + \int_0^\pi e^x \cos x dx)$$

$$\left. \begin{array}{l} u' = e^x \\ v = \sin x \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} u = e^x \\ v' = \cos x \end{array} \right.$$

$$I' = ([-e^x \cos x]_0^\pi + [e^x \sin x]_0^\pi - I')$$

$$2I' = [e^x (\sin x - \cos)]_0^\pi$$

$$2I' = e^\pi + 1 ; \quad I = e^\pi + 1$$

Exercice 4

La solution générale de l'équation différentielle :
 $y'' - 2my' + 2m^2y = 0 ; (m \in \mathbb{R}^*)$

On considère l'équation caractéristique :

$$r^2 - 2mr + 2m^2 = 0$$

$$\Delta = 4m^2 - 8m^2 = -4m^2$$

$$r_1 = \frac{2m + 2mi}{2} = m + mi$$

$$r_2 = \overline{r_1} = m - mi$$

D'où la solution générale est :

$$y(x) = e^{mx} (a \cos(mx) + b \sin(mx)) \quad (a, b \in \mathbb{R})$$

Exercice 5

L'intersection de la sphère : $S(\Omega(1,1,1), R=1)$ et

$$(P) : x - y + z + \sqrt{3} - 1 = 0$$

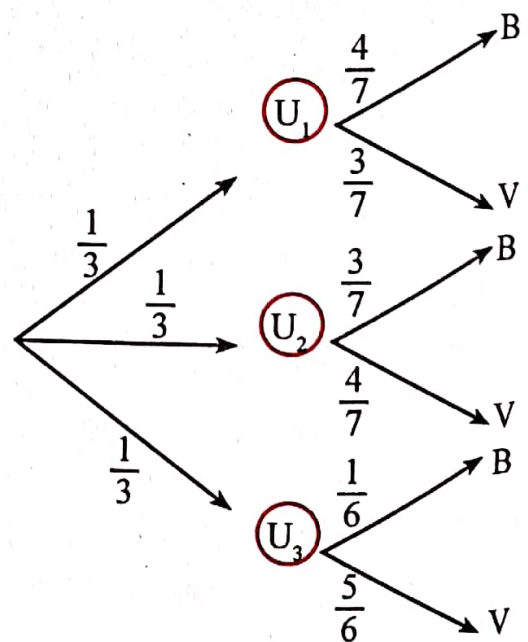
$$\text{On a : } \Omega(1,1,1)$$

$$\text{Donc : } d(\Omega ; (P)) = \frac{|1 - 1 + 1 + \sqrt{3} - 1|}{\sqrt{3}} = 1$$

$$\text{Puisque } d(\Omega ; (P)) = 1$$

Alors (P) coupe (S) en un seul point.

Exercice 6



Et on considère les deux événements :

- A : « La boule tirée est blanche » (A réalisé).
- B : « La boule tirée est de U_1 ».

$$\text{On a : } p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}.$$

Et utilisant l'arbre précédent on trouve :

$$P(A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{49}{126} \text{ et}$$

$$p(A \cap B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} = \frac{4}{21}$$

$$\text{Donc : } p_A(B) = \frac{\frac{4}{21}}{\frac{49}{126}} = \frac{24}{49}$$

Exercice 7

L'écriture exponentielle du complexe :

$$Z = \frac{\sqrt{3} - i}{-1 + i\sqrt{3}}$$

$$\text{On a : } \sqrt{3} - i = 2e^{-\frac{\pi}{6}i} \text{ et } -1 + i\sqrt{3} = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$$

$$\text{Donc : } Z = \frac{2e^{-\frac{\pi}{6}i}}{2e^{i\frac{2\pi}{3}}} = e^{-\frac{\pi}{6}i - \frac{2\pi}{3}i}$$

$$\text{C'est-à-dire : } Z = e^{-\frac{5\pi}{6}i}$$

Exercice 8

La forme algébrique de : $U = (-1 + i)^{2012}$

$$\text{On a : } -1 + i = \sqrt{2} e^{i\frac{3\pi}{4}}$$

$$\begin{aligned} \text{D'où : } (-1 + i)^{2012} &= \sqrt{2}^{2012} \cdot (e^{i\frac{3\pi}{4}})^{2012} \\ &= 2^{1006} \cdot e^{\frac{6036\pi i}{4}} \\ &= 2^{1006} \cdot e^{1509\pi i} \\ &= 2^{1006} e^{\pi i} = -2^{1006}. \end{aligned}$$

Exercice 9

La limite de S_n tel que : $S_n = \ln \left(\sum_{k=0}^n \frac{e^k}{3^{k+1}} \right)$

$$\text{On a : } (\forall k \in \mathbb{N}) ; \frac{e^k}{3^{k+1}} = \frac{1}{3} \left(\frac{e}{3} \right)^k$$

$$\begin{aligned} \text{D'où : } S_n &= \ln \left(\frac{1}{3} \sum_{k=0}^n \left(\frac{e}{3} \right)^k \right) \\ &= \ln \left[\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1 - \left(\frac{e}{3} \right)^{n+1}}{1 - \frac{e}{3}} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\text{Puisque : } -1 < \frac{e}{3} < 1$$

$$\text{Alors : } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{e}{3} \right)^{n+1} = 0$$

Et puisque $\ln$ est continue sur $]0, +\infty[$

$$\begin{aligned} \text{Alors : } \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n &= \ln \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1 - \frac{e}{3}} \right) \\ &= \ln \left(\frac{1}{3 - e} \right) = -\ln(3 - e) \end{aligned}$$

Exercice 10

La limite l de la fonction R avec :

$$R(x) = \frac{1}{x-1} \int_1^x e^{-t^2} dt$$

$$\text{On a : } \forall t \in [1, x] ; 1 \leq t \leq x$$

$$\text{Donc : } -x^2 \leq -t^2 \leq -1$$

$$\text{D'où : } e^{-x^2} \leq e^{-t^2} \leq e^{-1}$$

Par la suite :

$$(\forall x > 1) ; \int_1^x e^{-x^2} dt \leq \int_1^x e^{-t^2} dt \leq \int_1^x e^{-1} dt$$

$$\text{Donc : } \frac{1}{x-1} \int_1^x e^{-x^2} dt \leq R(x) \leq \frac{1}{x-1} \int_1^x e^{-1} dt$$

$$\text{D'où : } \frac{e^{-x^2}}{x-1} [t]_1^x \leq R(x) \leq \frac{e^{-1}}{x-1} [t]_1^x$$

$$\text{Puisque : } (\forall x > 1) ; e^{-x^2} \leq R(x) \leq e^{-1} \text{ et } \lim_{x \rightarrow 1} e^{-x^2} = e^{-1}$$

$$\text{Alors : } l = \lim_{x \rightarrow 1} R(x) = e^{-1} = \frac{1}{e}$$

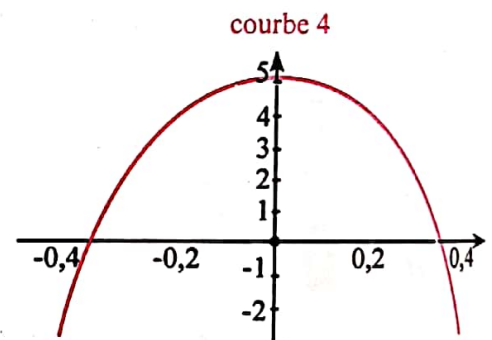
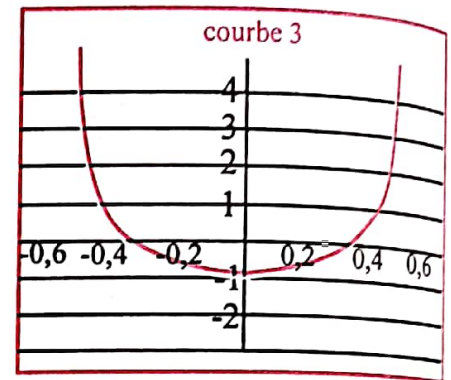
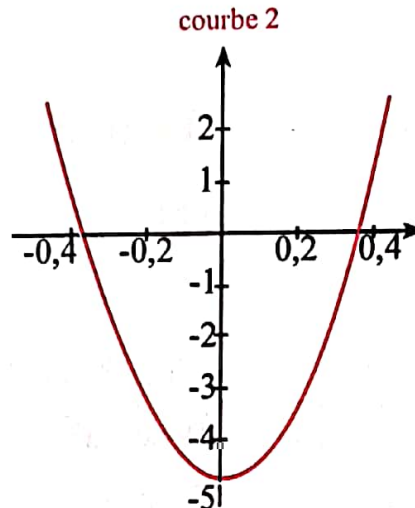
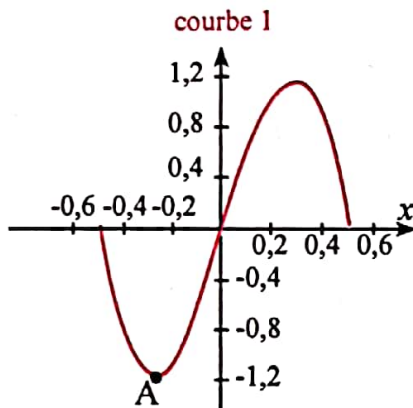
Concours d'accès à la 1^{ère} année de Médecine et pharmacie

Casablanca 2012

Le nombre de question est 5.

I - f est une fonction définie et dérivable sur $]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}[$ et sa courbe est courbe 1.

1) Parmi les courbes, ci-dessous ; laquelle représente la fonction dérivée de f .



2) Répondre par oui ou non pour les propositions suivantes :

a - $f''(x)$ est négatif pour $x \in]-\frac{1}{2}, 0[$.

b - $f''(x)$ s'annule pour $x = 0$.

3) Donne une équation de la tangente à (Cf) au point $(-\frac{2}{5}, -\frac{6}{5})$.

II - Dans le plan complexe, déterminer l'ensemble des points M d'affixe Z tel que : $|\bar{Z} - 3 + 2i| = 2$

III - Calculer les deux limites : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x-2} - \sqrt{3x^2+x}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2+x-1} - 2x$

IV - Calculer les deux intégrales : $\int_1^\pi \cos x^2 \sin x \, dx$ et $\int_0^1 \frac{x}{x^4 + 2x^2 + 1} \, dx$

V - On considère la suite numérique $(U_n)_n$ définie par : $U_0 = 2$ et $\ln(U_{n+1}) = 2 + \ln(U_n)$

1) Ecrire U_1 en fonction de e .

2) Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n .

3) Donner le sens de variation de $(U_n)_n$.

4) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

Corrigé concours d'accès en 1^{ère} année de Médecine et Pharmacie – Epreuve de Maths.

(Casablanca 2012)

I - 1 - D'après la courbe 1, on constate que f est décroissante sur $[-0,5; -0,3]$ et croissante sur $[-0,3; -0,3]$ et décroissante sur $[0,3; 0,5]$; d'où :

$$\forall x \in [-0,5; -0,3] \cup [0,3; 0,5];$$

$$f'(x) \leq 0 \text{ et } \forall x \in [-0,3; 0,3]; f'(x) \geq 0.$$

Et on sait que pour une fonction positive sa courbe est située au dessus de l'axe des abscisses et pour une fonction négative sa courbe est située au dessous de l'axe des abscisses.

Donc la courbe 4 répond à la question.

2) a - $f''(x) \leq 0$ pour $x \in]-\frac{1}{2}, 0[$ ça veut dire que la courbe de f est concave, or d'après la courbe 1, on constate que la courbe de f est convexe sur $[-\frac{1}{2}, 0]$; donc la proposition est fausse (non).

b - f'' s'annule en 0; ça veut dire que la courbe de f' admet une tangente horizontale au point d'abscisse 0; et on remarquant la courbe 4; on constate que la proposition est vraie (oui).

3 - L'équation de la tangente à (Cf) au point :

$$(-\frac{2}{5}, -\frac{6}{5}) \text{ est :}$$

$$y = f'(-\frac{2}{5})(x + \frac{2}{5}) + f(-\frac{2}{5});$$

$$\text{avec : } f'(-\frac{2}{5}) = f'(-0,4) = -2 \text{ et } f(-\frac{2}{5}) = -\frac{6}{5}.$$

$$\text{D'où : } y = -2(x + 0,4) - \frac{6}{5} = -2x - 0,8 - \frac{6}{5} = -2x - 2.$$

II - Ensemble des points $M(Z)$ tel que : $|\bar{Z} - 3 + 2i| = 2$

$$\text{On a : } |\bar{Z} - 3 + 2i| = 2 \iff |\bar{Z} - (3 + 2i)| = 2.$$

$$\iff |\bar{Z} - \overline{(3 + 2i)}| = 2.$$

$$\iff |\bar{Z} - (3 - 2i)| = 2.$$

$$\iff |Z - (3 + 2i)| = 2.$$

D'où l'ensemble demandé est un cercle (C) de centre $A(3 + 2i)$ et de rayon 2.

III - On a :

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x-2} - \sqrt{3x^2+x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2(\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2})} - \sqrt{x^2(3 + \frac{1}{x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}} - \sqrt{3 + \frac{1}{x}}) = -\infty$$

$$(\text{Car : } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}} = 0 \text{ et } \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{3 + \frac{1}{x}} = \sqrt{3})$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2 + x - 1} - 2x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + x - 1 - 4x^2}{\sqrt{4x^2 + x - 1} + 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(1 - \frac{1}{x})}{x(\sqrt{4 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{1}{x}}{\sqrt{4 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}} + 2} = \frac{1}{\sqrt{4} + 2} = \frac{1}{4}$$

IV - On a :

$$\bullet \int_0^\pi \cos^4(x) \sin(x) dx = - \int_0^\pi \cos^4(x) (\cos x)' dx$$

$$= - \left[\frac{\cos^5(x)}{5} \right]_0^\pi = - \frac{1}{5} (\cos^5(\pi) - \cos^5(0))$$

$$= - \frac{1}{5} ((-1)^5 - (1)^5) = - \frac{1}{5} (-2) = \frac{2}{5}$$

$$\bullet \int_0^1 \frac{x}{x^4 + 2x^2 + 1} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{2x}{(x^2 + 1)^2} dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{(x^2 + 1)'}{(x^2 + 1)^2} dx = \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{x^2 + 1} \right]_0^1$$

$$= \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} + 1 \right) = \frac{1}{4}.$$

$$\text{V - 1) On a : } \ln(U_{n+1}) = 2 + \ln(U_n) = 2 + \ln(2)$$

$$\text{Donc : } U_1 = e^{2+\ln 2} \text{ (Car : } \ln(U_1) = 2 + \ln 2)$$

$$\text{2) On a : } U_{n+1} = e^{2+\ln(U_n)} \text{ (Car : } \ln(U_{n+1}) = 2 + \ln(U_n))$$

$$\text{3) On a : } U_{n+1} - U_n = e^{2+\ln(U_n)} - e^{\ln(U_n)}$$

$$= e^{\ln(U_n)} [e^2 - 1]$$

$$= e^{\ln(U_n)} (e - 1) (e + 1) > 0$$

Donc la suite $(U_n)_n$ est croissante.

$$\text{4) On a : } (\forall n \in \mathbb{N}) ; U_{n+1} = e^{2+\ln(U_n)} = e^2 U_n$$

D'où la suite $(U_n)_n$ est géométrique de raison e^2 .

$$\text{D'où : } (\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n = U_0 (e^2)^n = U_0 e^{2n} = 2e^{2n}$$

$$\text{Et puisque : } e^2 > 0 ; \text{ alors : } \lim_{n \rightarrow +\infty} (e^2)^n = +\infty$$

$$\text{Par la suite : } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$$

Question 1

Dans un laboratoire de production de médicaments, dispose de deux machines L_1 et L_2 pour la production des médicaments D_1 . La machine L_1 assure 70% de la production du médicament D_1 , alors que la machine L_2 assure 30% restante. 5% du médicament D_1 produit par L_1 n'est pas valable et 1% de celui de L_2 n'est pas aussi valable. On choisit au hasard un échantillon de ce médicament D_1 . La probabilité pour que cet échantillon soit produit par la machine L_2 , sachant qu'il n'est pas valable est :

- A - $p = \frac{3}{38}$, D - $p = \frac{A_3^2}{70}$
 B - $p = \frac{5}{38}$, E - $p = \frac{C_3^2}{70}$
 C - $p = \frac{70}{380}$

Question 2

La limite en $+\infty$ de la suite : $S_n = \sum_{k=0}^{k=n} \frac{1}{\sqrt{k}}$ est :

- A - 2 ; D - $+\infty$
 B - 0 ; E - 1
 C - e

Question 3

L'ensemble des solutions complexes de l'équation : $Z^2 = \frac{8}{Z}$ est :

- A - $S = \{2, -1 + i\sqrt{3}, 1 - i\sqrt{3}\}$
 B - $S = \{2, 1 + i\sqrt{3}, 1 - i\sqrt{3}\}$
 C - $S = \{2, 1 + i\sqrt{3}, -1 - i\sqrt{3}\}$
 D - $S = \{2i, 1 + i\sqrt{3}, -1 - i\sqrt{3}\}$
 E - $S = \{-2, 1 + i\sqrt{3}, -1 - i\sqrt{3}\}$

Question 4

L'ensemble de définition de la fonction : $f(x) = \sqrt{|\ln(x) - 1| - 1}$ est :

- A - $D =]0, +\infty[$
 B - $D =]0, 1[\cup [e^2, +\infty[$
 C - $D =]0, 1] \cup [e^2, +\infty[$
 D - $S =]-\infty, 1] \cup [e^2, +\infty[$
 E - $S =]e^2, +\infty[$

Question 5

L'intersection de la sphère : $S(\Omega(1, -2, 0), R=3)$ et le plan : $(P) : x + y + z + (3\sqrt{3} + 1) = 0$ est :

- A - Un segment
 B - Un cercle
 C - Un point
 D - Vide
 E - Un demi-cercle.

Question 6

La limite en $x = 2$ de la fonction :

$$g(x) = \frac{e^{2x} - e^4}{x - 2} \text{ est :}$$

A - $l = 4$

B - $l = e^4$

C - $l = 2e^4$

D - $l = +\infty$

E - 0

Question 7

La valeur de l'intégrale : $I = \int_2^e \frac{\ln(2)}{x(\ln x)^2} dx$
est :

A - $I = 1 + \ln(2)$

B - $I = 1 - \ln(4)$

C - $I = 1 + \ln(4)$

D - $I = 1 - \ln(2)$

E - $I = e - \ln(2)$

Question 8

L'ensemble des solutions de l'inéquation :
 $10^{2x} - 3 \cdot (10)^x - 4 > 0$
est :

A - $S =]0, \frac{\ln 2}{\ln 10}]$; D - $S = [\frac{\ln 2}{\ln 10}, +\infty[$

B - $S =]0, \frac{\ln 10}{\ln 2}]$; E - $S = [\frac{\ln 4}{\ln 10}, +\infty[$

C - $S = [\frac{\ln 10}{\ln 2}, +\infty[$

Question 9

La limite en $+\infty$ de la suite :

$$U_n = \frac{(-1)^n (n + 2^n)}{n 2^{n+1}} \text{ est :}$$

A - $L = +\infty$; D - $L = 2$

B - $L = 1$; E - $L = 0$

C - $L = \frac{1}{2}$

Question 10

La population statistique $P(t)$ d'une bactérie dans
une solution biologique vérifie l'équation différen-
tielle : $\begin{cases} P'(t) = 2P(t), t \geq 0 \\ P(0) = 10 \end{cases}$

Le temps nécessaire pour avoir une population de
 10^{21} pour cette bactérie est :

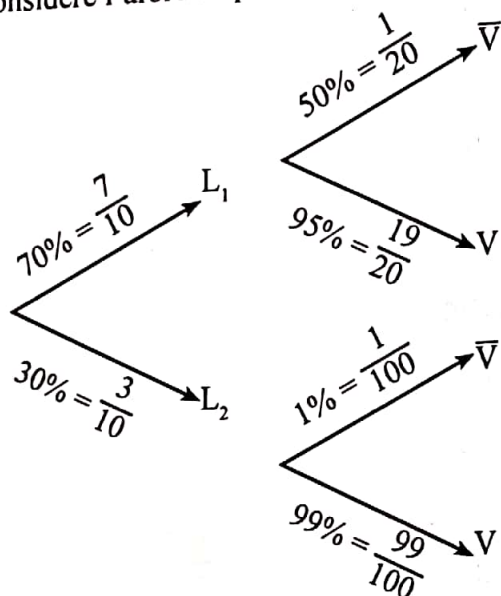
A - $t = 10 \ln 10$; D - $t = (10 \ln 10)^{10}$

B - $t = 10^{10}$; E - $t = 10(\ln 2)^{10}$

C - $t = (\ln 10)^{10}$

Question 1

On considère l'arbre de possibilités suivant :



On considère les deux événements suivants :

A : « l'échantillon est produit par la machine L2 »

B : « l'échantillon n'est pas valable »

$$\text{On a : } p = p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$

Suivant l'arbre on a :

$$p(B) = \frac{7}{10} \cdot \frac{1}{20} + \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{100} = \frac{38}{1000}$$

$$p(A \cap B) = \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{100} = \frac{3}{1000}$$

$$\text{Donc : } p = \frac{3}{38}$$

Question 2

Calculons la limite : $l = \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ telle que :

$$S_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{\sqrt{k}}$$

On a : $\forall k \in \{1, 2, \dots, n\} ; 1 \leq k \leq n$

$$\text{Donc : } 1 \leq \sqrt{k} \leq \sqrt{n}$$

$$\text{Et : } \frac{1}{\sqrt{n}} \leq \frac{1}{\sqrt{k}} \leq 1$$

$$\text{Et par suite : } \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot n \leq S_n \leq 1 \cdot n$$

$$\text{C'est-à-dire : } (\forall n \geq 1) ; \sqrt{n} \leq S_n \leq n$$

$$\text{Et puisque : } \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} = +\infty !$$

$$\text{Alors : } l = +\infty$$

Question 3

L'ensemble S des solutions de l'équation $Z^2 = \frac{8}{Z}$ dans $\mathbb{C}$.

$$\text{On a : } \forall Z \in \mathbb{C}^* ;$$

$$Z^2 = \frac{8}{Z} \Leftrightarrow Z^3 - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow (Z - 2)(Z^2 + 2Z + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow Z = 2 \text{ ou } Z^2 + 2Z + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \Delta = -12$$

$$\Leftrightarrow Z = 2 \text{ ou } Z = \frac{-2 + 2i\sqrt{3}}{2} \text{ ou } Z = \frac{-2 - 2i\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow Z = 2 \text{ ou } Z = -1 + i\sqrt{3}$$

$$\text{ou } Z = -1 - i\sqrt{3}$$

$$\text{Donc : } S = \{2, -1 + i\sqrt{3} ; -1 - i\sqrt{3}\}.$$

Question 4

L'ensemble de définition de la fonction f telle que : $f(x) = \sqrt{|\ln(x) - 1| - 1}$.

Soit D l'ensemble de définition de la fonction f ; on a :

$$D = \{x \in \mathbb{R} / x > 0 ; |\ln(x) - 1| - 1 \geq 0\}$$

$$* x > 0$$

$$* |\ln(x) - 1| - 1 \geq 0 \Leftrightarrow |\ln(x) - 1| \geq 1$$

$$\Leftrightarrow \ln(x) - 1 \geq 1 \text{ ou } \ln(x) - 1 \leq -1$$

$$\Leftrightarrow \ln(x) \geq 2 \text{ ou } \ln(x) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x \geq e^2 \text{ ou } x \leq 1$$

$$\Leftrightarrow (x \geq e^2 \text{ ou } x \leq 1) \text{ et } x > 0$$

$$\Leftrightarrow x \in]0, 1] \cup [e^2, +\infty[$$

$$\text{Donc : } D =]0, 1] \cup [e^2, +\infty[.$$

Question 5

L'intersection de la sphère : $S(\Omega(1, -2, 0), R=3)$
et le plan : $(P) : x + y + z + (3\sqrt{3} + 1) = 0 :$

$$\text{On a : } d(\Omega; (P)) = \frac{|1 - 2 + 0 + 3\sqrt{3} + 1|}{\sqrt{3}} = 3$$

Et puisque : $d(\Omega; (P)) = R$

• Alors l'intersection est un point.

Question 6

La limite en $x = 2$ de la fonction g telle que :

$$g(x) = \frac{e^{2x} - e^4}{x - 2}$$

Posons : $f(x) = e^{2x}$

On a f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ est : $\forall x \in \mathbb{R}$

$$f'(x) = 2e^{2x}$$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Donc : } \lim_{x \rightarrow 2} g(x) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \\ &= f'(2) = 2e^4 \end{aligned}$$

$$\bullet \text{ D'où : } \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 2e^4$$

Question 7

La valeur de l'intégrale : $I = \int_2^e \frac{\ln(2)}{x(\ln x)^2} dx$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ On a : } I &= \ln(2) \int_2^e \frac{\frac{1}{x}}{(\ln x)^2} dx \\ &= \ln(2) \int_2^e \frac{(\ln x)'}{(\ln x)^2} dx \\ &= \ln(2) \left[-\frac{1}{(\ln x)} \right]_2^e \\ &= \ln(2) \left[-1 + \frac{1}{\ln(2)} \right] \\ &= 1 - \ln(2). \end{aligned}$$

Question 8

L'ensemble des solutions de l'inéquation :

$$102^x - 3 \cdot (10)^x - 4 > 0$$

Posons : $X = 10^x$

Alors l'inéquation devient : $X^2 - 3X - 4 > 0$

$$\text{On a : } \Delta = 25 ; X_1 = -1 ; X_2 = 4$$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ D'où : } X^2 - 3X - 4 > 0 &\Leftrightarrow (X+1)(X-4) > 0 \\ &\Leftrightarrow (10^x + 1)(10^x - 4) > 0 \end{aligned}$$

Et puisque : $(10^x + 1 > 0)$

$$\text{Alors : } (10^x + 1)(10^x - 4) > 0 \Leftrightarrow 10^x - 4 > 0$$

$$\Leftrightarrow 10^x > 4$$

$$\Leftrightarrow \ln(10^x) > \ln(4)$$

$$\Leftrightarrow x \ln(10) > \ln(4)$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{\ln(4)}{\ln(10)} \quad (\ln 10 > 0)$$

$$\Leftrightarrow x \in \left] \frac{\ln(4)}{\ln(10)} ; +\infty \right[$$

$$\text{Donc : } S = \left] \frac{\ln(4)}{\ln(10)} ; +\infty \right[$$

Question 9

La limite en $+\infty$ de la suite $(U_n)_n$ telle que :

$$U_n = \frac{(-1)^n (n + 2^n)}{n 2^{n+1}}$$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ On a : } |U_n| &= \frac{n + 2^n}{n 2^{n+1}} \\ &= \frac{n}{n 2^{n+1}} + \frac{2^n}{n 2^{n+1}} \\ &= \frac{1}{2^{n+1}} + \frac{1}{2n} \end{aligned}$$

$$\bullet \text{ Donc : } -\left(\frac{1}{2^{n+1}} + \frac{1}{2n}\right) \leq U_n \leq \frac{1}{2^{n+1}} + \frac{1}{2n}$$

$$\bullet \text{ Et puisque : } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2^{n+1}} + \frac{1}{2n} = 0$$

$$\bullet \text{ Alors : } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$$

Question 10

$$\bullet \text{ On a : } P'(t) = 2P(t), t \geq 0 ; P(0) = 10$$

Donc la solution de l'équation différentielle est :

$$P(t) = ae^{2t} ; (a \in \mathbb{R})$$

$$P(0) = 10 \Leftrightarrow a = 10$$

$$\text{Donc : } (\forall t > 0 ; p(t) = 10e^{2t}).$$

Le temps nécessaire pour avoir une population de 10^{21} pour cette bactérie est :

$$\bullet \text{ On a : } P(t) = 10e^{2t}$$

$$P(t) = 10^{21} \Leftrightarrow 10e^{2t} = 10^{21} \Leftrightarrow e^{2t} = 10^{20}$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^{2t}) = \ln(10^{20}) \Leftrightarrow 2t = 20 \ln(10)$$

$$\Leftrightarrow t = 10 \ln(10)$$

Concours d'accès à la 1^{ère} année de Médecine et pharmacie, Epreuve de Maths.

Casablanca 2011

Le nombre de question est 5 .

I - On considère la fonction f définie par : $f(x) = 2x^3 - 6\ln(x) + 8$ et soit (C) sa courbe représentative.

1) Calculer la limite : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

2) La courbe (C) admet une tangente horizontale, déterminer son équation.

3) Soit la fonction g définie par : $g(x) = 2|x|^3 - 6\ln|x| + 8$ et soit (C') sa courbe représentative.

3.1) Répondre par oui ou non pour les propositions suivantes :

a - $f(x) = g(x)$

b - $f(x) = g(-x)$

c - $f(x) = -g(x)$

d - $g(-x) = g(x)$

3.2) Donner le point ou les points $(x, g(x))$ par lesquels passent des tangentes horizontales s'elles existent.

II - Soit (E) l'équation différentielle : $y' = 3y - 6x + 8 + \frac{1}{x} - 3\ln(x)$.

Déterminer les valeurs des réels a et b pour la fonction

$h : x \rightarrow ax + b + \ln(x)$ soit une solution particulière de l'équation (E) .

III - Calculer les deux limites : $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(\frac{1}{2x} - \frac{1}{2x^2 + 1} \right)$ et $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^2 - 2x\sqrt{2} + 2}{x^2 - 2}$.

IV - Calculer les deux intégrales : $\int_{\sqrt{2}}^3 \sqrt{10x^2 - x^4} dx$ et $\int_{-3}^0 (2x + 3) e^{x^2+3x} dx$

V - L'espace est muni d'un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points :

$A(12, -12, 9)$; $B(12, 8, 24)$ $C(-8, 17, 12)$ et $D(-8, -3, -3)$.

Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$.

VI - Une urne contient 10 boules ; 6 blanches et 4 noires. On tire aléatoirement successivement deux boules de l'urne.

1) Calculer P_1 la probabilité d'avoir 2 boules de même couleur si le tirage est avec remise.

2) Calculer P_2 la probabilité d'avoir 2 boules blanches si le tirage est sans remise.

3) Calculer P_3 la probabilité d'avoir au moins une boule blanche si le tirage est sans remise.

Corrigé concours d'accès en 1^{ère} année de Médecine et Pharmacie – Epreuve de Maths.

(Casablanca 2011)

I - 1) On a : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} 2x^3 - 6\ln(x) + 8 = +\infty$

Car : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 0} 2x^3 = 0$

2) On a pour tout réel x de : $] 0, +\infty [$

$$f'(x) = 2.3x^2 - \frac{6}{x} = 6 \left(\frac{x^3 - 1}{x} \right) = \frac{6(x-1)(x^2+x+1)}{x}$$

Le discriminant de $x^2 + x + 1$ est -3 ; donc l'équation $x^2 + x + 1 = 0$ n'a pas de solution dans $\mathbb{R}$;

donc ; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

D'où la courbe (C) admet une tangente horizontale au point d'abscisse 1 ; d'équation :

$$y = f'(1)(x-1) + f(1) = f(1) = 10$$

3) On remarque que : $g(x) = 2|x|^3 - 6\ln|x| + 8$
 $= 2(|x|^3) - 6\ln|x| + 8$
 $= f(|x|)$

a. On a : $Df = \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$ et $Dg = \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$; donc : $f \neq g$ (non)
 Donc la proposition (a) est fausse.

b. On a : $g(-x) = 2|-x|^3 - 6\ln|-x| + 8$
 $= 2(-x)^3 - 6\ln|-x| + 8$
 $= 2|x^3| - 6\ln|x| + 8$

Puisque on ne connaît pas le signe de x ; donc la proposition (b) est fausse.

c. On a aussi : $f(x) \neq -g(x)$

D'où la proposition (c) est fausse.

d. D'après ce qui précède ; on a : $g(-x) = g(x)$.

D'où la proposition (d) est vraie.

III . On a : $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(\frac{1}{2x^2} - \frac{1}{2x^2+1} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(\frac{1}{4x^4+2x^2} \right)$
 $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{4x^4+2x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{4x^4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{4x} = 0$

• On a : $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^2 - 2x\sqrt{2} + 2}{x^2 - 2} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{(x - \sqrt{2})^2}{(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})}$
 $= \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x - \sqrt{2}}{x + \sqrt{2}} = 0$

IV - On a : $\int_{\sqrt{2}}^3 \sqrt{10x^2 - x^4} dx = \int_{\sqrt{2}}^3 x \sqrt{10 - x^2} dx$

$$= \frac{1}{2} \int_{\sqrt{2}}^3 (10 - x^2)' (10 - x^2)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= -\frac{1}{2} \left[\frac{2}{3} (10 - x^2)^{\frac{3}{2}} \right]_{\sqrt{2}}^3 = -\frac{1}{3} (10 - \frac{9}{4} - 10 + 2) = \frac{1}{12}$$

• On a : $\int_{-3}^6 (2x+3)e^{x^2+3x} + x^2 dx$

$$= \int_{-3}^6 (x^2+3)' e^{x^2+3x} dx \int_{-3}^6 x^2 dx.$$

$$= [e^{x^2+3x}]_{-3}^6 + \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-3}^6 = e^{36+18} - e^{9+9} + \frac{(6)^3}{3} - \frac{(-3)^3}{3}$$

$$= e^{54} - 1 + 72 + 9 = e^{54} + 80.$$

V. On a : $AB = |\vec{AB}| = \sqrt{(0)^2 + (20)^2 + (15)^2} = |\vec{DC}| = DC$

I - 1) $BC = |\vec{BC}| = \sqrt{(20)^2 + (9)^2 + (12)^2} = |\vec{AD}| = AD$

$$\vec{AB} \cdot \vec{BC} = (0)(-20) + (20)(9) + (15)(-12) = 0$$

D'où ABCD est un rectangle.

1) Le tirage est successif avec remise ; donc il y a l'ordre et répétition ; d'où :

$$P_1 = \frac{6^2 + 4^2}{10^2} = \frac{36 + 16}{100} = \frac{52}{100} = \frac{26}{50} = \frac{12}{25}$$

2) Le tirage est successif et sans remise ; donc il y a l'ordre mais sans répétition ; donc :

$$P_2 = \frac{A_6^2}{A_{10}^2} = \frac{2 \times 1 \times 8^1}{5 \times 10 \times 9^3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = \frac{26}{50} = \frac{12}{25}$$

3) Soit C l'événement " Avoir au moins une boule blanche " et $\bar{C}$ c'est l'événement contraire de C " pas de boule blanche tirée ".

• On a : $P(\bar{C}) = \frac{A_6^2}{A_{10}^2} = \frac{2 \times 1 \times 8^1}{5 \times 10 \times 9^3} = \frac{2}{15}$

• D'où : $P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - \frac{2}{15} = \frac{13}{15} = P_3$.

Question 1

Une urne contient 34 jetons, sur chacun des jetons écrit une lettre de phrase suivante : " GAGNER LA COUPE DU MONDE EN AFRIQUE DU SUD ". On tire successivement et avec remise 12 jetons de l'urne, la probabilité, pour qu'on puisse formé la phrase " ESPAGNE GAGNE " est :

- A - $p = \frac{5^3 \cdot 3^2 \cdot 3^2}{34^{12}}$; D - $\frac{A_5^3 \cdot A_3^2 \cdot A_3^2}{34^{12}}$
 B - $p = \frac{5^3 \cdot 3^4 \cdot 2^3}{34^{12}}$; E - $p = \frac{C_5^3 \cdot C_3^2 \cdot C_3^2}{C_{34}^{12}}$
 C - $p = \frac{A_5^3 \cdot A_3^2 \cdot A_3^2}{A_{34}^{12}}$

Question 2

La limite de la suite : $\left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{\sqrt{n}}$ est :

- A - e^{-1} ; D - $+\infty$
 B - 0 ; E - 1
 C - e

Question 3

La valeur complexe : $(1 + i\sqrt{3})^{2010} + (-1 - i\sqrt{3})^{2010}$ est :

- A - 2^{2009} ; D - $2i \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) e^{\frac{i4\pi}{3}}$
 B - $2 \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) e^{\frac{i2\pi}{3}}$; E - 2^{2011}
 C - $2 \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) e^{\frac{i2\pi}{3}}$

Question 4

La limite de la fonction : $f(x) = \exp\left(x + x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)\right)$ au voisinage de $+\infty$ est :

- A - $l = 1$; D - $l = -1$
 B - Absent ; E - $l = +\infty$
 C - $l = 0$

Question 5

L'ensemble des points M dans l'espace qui vérifié : $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$ est :

- A - Droite
 B - Cercle
 C - Sphère
 D - Demi-cercle
 E - Plan.

Question 6

La dérivée de la fonction g telle que :
 $g(x) = \ln(\sqrt[3]{x})$, $x > 0$
 est :

A - $g'(x) = \frac{1}{3x}$; D - $g'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$
 B - $g'(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{3x}$; E - $g'(x) = \frac{1}{x\sqrt[3]{x}}$
 C - $g'(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x}}$

Question 7

La valeur de l'intégrale : $I = \int_1^e \frac{\ln^n(x)}{x} dx$
 est :

A - $J = \frac{1}{n+1}$; D - $J = \frac{2e}{n}$
 B - $J = \frac{e}{n+1}$; E - $J = \frac{1}{n}$
 C - $J = \frac{2e}{n+1}$

Question 8

L'ensemble de solution de l'inéquation :
 $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq 2$
 est :

A - $S =]-\infty, -\frac{\ln 2}{\ln 3}]$;
 B - $S = \left[-\infty, \frac{\ln 3}{\ln 2} \right[$
 C - $S = \left] \frac{\ln 3}{\ln 2}, +\infty \right]$;
 D - $S = \left] \frac{\ln 2}{\ln 3}, +\infty \right[$
 E - $S = \emptyset$

Question 9

La valeur de la somme : $S_n = \sum_{k=1}^n kC_n^k$
 est :

A - $S_n = n^{2n-1}$; D - $S_n = 2^n$
 B - $S_n = (n-1)^{2n}$; E - $S_n = n3^{n-1}$
 C - $S_n = n2^n$

Question 10

La valeur de la somme : $S = \sum_{k=0}^{2011} (i)^k$
 est :

A - $S = 0$; D - $S = \frac{-2i}{1-i}$
 B - $S = \frac{2}{1-i}$; E - $S = \frac{1+i}{1-i}$
 C - $S = \frac{2i}{1-i}$

Question 1

La phrase « GAGNER LA COUPE DU MONDE EN AFRIQUE DU SUD » se compose de 34 lettres distribuées comme suit :

A	C	D	E	F	G	I	M	N	L	O	P	S	R	Q	U
3	1	4	5	1	2	1	1	3	1	2	1	1	2	1	5

Soit Ω l'univers de possibilités.

On a : Card Ω est : Card $\Omega = 34^{12}$

Pour avoir la phrase : " Espagne GAGNE "

On a besoin de :

A	E	G	N	P	S
2	3	3	2	1	1

Soit H l'événement pour avoir cette phrase ; on a :

$$\text{Card } H = 3^2 \cdot 5^3 \cdot 2^3 \cdot 3^2 \cdot 1^1 \cdot 1^1$$

$$= 5^3 \cdot 3^4 \cdot 2^3$$

D'où la probabilité demandée est : $p(H) = \frac{5^3 \cdot 3^4 \cdot 2^3}{34^{12}}$

Question 2

La limite de $(U_n)_n$

Avec : $U_n = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{\sqrt{n}}$

On a : $U_n = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{\sqrt{n}}$

$$U_n = e^{\sqrt{n} \ln \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)} = e^{\frac{\ln \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)}{\frac{1}{\sqrt{n}}}}$$

On sait que : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$

D'où : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-\ln \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = -1$

Et puisque la fonction exp est continue en (-1) ;

alors : $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = e^{-1} = \frac{1}{e}$

Question 3

La valeur du complexe :

$$Z = (1 + i\sqrt{3})^{2010} + (-1 - i\sqrt{3})^{2010}$$

On a : $1 + i\sqrt{3} = 2 \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$$= 2 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$= 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$$

D'où : $(1 + i\sqrt{3})^{2010} = 2^{2010} \cdot e^{i\frac{4020\pi}{3}}$

$$= 2^{2010} \cdot e^{i1340\pi} = 2^{2010}$$

Car : $(1340\pi \equiv 0 [2\pi])$

Et on a : $-1 - i\sqrt{3} = 2 \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$$= 2 \left(\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3}\right)$$

$$= 2e^{i\frac{4\pi}{3}}$$

D'où : $(-1 - i\sqrt{3})^{2010} = 2^{2010} \cdot e^{i\frac{8040\pi}{3}}$

$$Z = 2^{2010} \cdot e^{i2680\pi} = 2^{2010}$$

Par la suite : $Z = 2^{2010} + 2^{2010} = 2 \cdot 2^{2010} = 2^{2011}$

Question 4

La limite de la fonction f définie par :

$$f(x) = \exp \left(x + x \ln \left(1 + \frac{1}{x}\right)\right) \text{ en } +\infty$$

On a : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$

D'où : $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(1 + \frac{1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \frac{\left(1 + \frac{1}{x}\right)}{\frac{1}{x}} = 1$

Donc : $\lim_{x \rightarrow +\infty} x + x \ln \left(1 + \frac{1}{x}\right) = +\infty$

Par la suite on a : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

Question 5

L'ensemble des points M de l'espace tel que :

$$\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$$

C'est la sphère dont [AB] est un diamètre.

Question 6

La dérivée de g telle que : $g(x) = \ln(\sqrt[3]{x})$, $x > 0$

$$\text{On a : } (\forall x > 0) ; \ln(\sqrt[3]{x}) = \frac{1}{3} \ln(x)$$

$$\text{Donc : } (\forall x > 0) ; g(x) = \frac{1}{3} \ln(x)$$

$$\text{D'où : } (\forall x > 0) ; g'(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{3x}$$

Question 7

La valeur de l'intégrale : $I = \int_1^e \frac{\ln^n(x)}{x} dx$

$$\text{On a : } I = \int_1^e \frac{\ln^n(x)}{x} dx$$

$$= \int_1^e \frac{1}{x} (\ln(x))^n dx$$

$$= \int_1^e (\ln(x))' (\ln(x))^n dx$$

$$= \left[\frac{1}{n+1} (\ln(x))^{n+1} \right]_1^e$$

$$= \frac{1}{n+1}$$

Question 8

L'ensemble de solutions de l'inéquation : $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq 2$

Soit S cet ensemble.

$$\text{On a : } \left(\frac{1}{3}\right)^x \geq 2 \Leftrightarrow \ln\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x\right) \geq \ln(2)$$

$$\Leftrightarrow x \ln\left(\frac{1}{3}\right) \geq \ln(2)$$

$$\Leftrightarrow -x \ln(3) \geq \ln(2)$$

$$\Leftrightarrow x \in -\frac{\ln 3}{\ln 2}$$

$$\Leftrightarrow x \in \left] -\infty, -\frac{\ln 3}{\ln 2} \right]$$

$$S = \left] -\infty, -\frac{\ln 3}{\ln 2} \right]$$

Question 9

La valeur de la somme : $S_n = \sum_{k=1}^n k C_n^k$

$$\text{On sait que : } C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\text{D'où : } k C_n^k = \frac{kn!}{k!(n-k)!}$$

$$= \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!}$$

$$= \frac{n(n-1)!}{(k-1)!(n-1-(k-1))!}$$

$$= n \cdot C_{n-1}^{k-1}$$

$$\text{Donc : } S_n = \sum_{k=1}^n k C_n^k$$

$$= \sum_{n=1}^{k=n} n \cdot C_{n-1}^{k-1}$$

$$= n \sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^k$$

$$= n \cdot 2^{n-1}$$

$$\text{On rappelle que : } \sum_{k=0}^n C_n^k = 2^n$$

Question 10

La valeur de la somme : $S = \sum_{k=0}^{2011} (i)^k$

On a S c'est la somme des termes successifs d'une suite géométrique de raison i ; d'où :

$$S = i^0 \left(\frac{1 - i^{2011+1}}{1 - i} \right)$$

$$S = \frac{1 - i^{2012}}{1 - i}$$

$$\text{Puisque : } i^2 = -1$$

$$\text{Alors : } i^{2012} = (i^2)^{1006} = (-1)^{1006} = 1$$

$$\text{D'où : } S = \frac{1-1}{1-i} = 0$$

Concours d'accès à la 1ère année de Médecine et pharmacie

2010 (CASABLANCA)

Le nombre de questions est 5 :

I- On considère la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - 6x - 7}{2x + 4} & ; x \leq 7 \\ f(x) = (x - a)^2 - 7 & ; x > 7; \end{cases} \quad (\text{avec } a \in \mathbb{R})$$

1) Déterminer la valeur de a ($a > 7$) pour que f soit continue en 7.

2) On donne : $f'(x) = \frac{2x^2 + 8x - 10}{4(x + 2)^2} ; x \leq 7$.

Répondre vraie ou faux pour les propositions suivantes :

a- La fonction f est croissante sur $]-\infty; 5]$

b- La courbe de f admet une asymptote d'équation : $y = \frac{x}{2} - 4$.

c- La fonction f est décroissante sur $[7, 9]$.

3) La courbe de f admet trois tangentes horizontales aux points A, B et C. Déterminer A, B et C.

II- La fonction h est définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = \ln(e^{2x} + 1)$

1) Marquer la réponse juste parmi celles proposées :

Pour tout $x \in \mathbb{R}^{**}$, on peut écrire $h(x)$:

$$\begin{cases} h(x) = \ln e^{2x} + \ln x \\ h(x) = \ln e^{2x} \\ h(x) = x^2 + \ln(e^{2x} + 1) \\ h(x) = 2x + \ln(1 + e^{-2x}) \\ h(x) = 2x \ln(1 + e^{-2x}) \end{cases}$$

2) Écrire faux ou vraie devant chaque proposition :

a- La fonction est la composée de deux fonctions strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

b- L'axe des abscisses est une asymptote à (C_h) au voisinage de $-\infty$.

c- La droite d'équation : $y = 2x$ est une asymptote à (C_h) au voisinage de $+\infty$.

d- La courbe (C_h) est située au-dessous de l'axe des abscisses.

III- Calculer les deux limites : $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^2 + 4x - 5} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2} = x$

IV- Calculer les deux intégrales : $\int_1^3 |2x^2 - 8| dx ; \int_{\sqrt{2}}^{\frac{\pi}{2}} (3\cos 4x + 2\sin 2x) dx$

V- On considère la suite $(X_n)_n$ définie par :

$$X_0 = 40 \text{ et } X_{n+1} = \frac{2}{3} X_n + 10, \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

On pose : $U_n = X_n - 30, (\forall n \in \mathbb{N})$

1) Déterminer la nature et la raison de la suite numérique $(U_n)_n$.

2) Déterminer le sens de variation de la suite $(X_n)_n$.

3) Calculer la limite : $\lim X_n$

Corrigé du concours d'accès à la 1^{ère} année de Médecine et Pharmacie

2010 (CASA BLANCA)

I-1) f est continue à droite en 7 ssi $\lim_{x \rightarrow 7^+} f(x) = f(7)$

Donc : $\lim_{x \rightarrow 7^+} f(x) = f(7)$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 7^+} (x-a)^2 - 4 = \frac{(7)^2 - 6(7) - 7}{2(7) + 4}$$

$$\Leftrightarrow (7-a)^2 - 4 = \frac{49 - 42 - 7}{14 + 4} = 0$$

$$\Leftrightarrow (7-a-2)(7-a+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (5-a)(9-a) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = 5 \text{ ou } a = 9$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a=9} \text{ (car : } a > 7)$$

2) a- On a : $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -1$;

d'où le signe de $f'(x)$:

x	$-\infty$	-5	1	7
$f'(x)$	$+$	ϕ	$-$	ϕ

Par la suite la proposition « f est croissante sur $]-\infty, 5]$ » est fausse.

b- On a : $(\forall x \neq -2)$;

$$f(x) = \frac{(2x+4)\left(\frac{x}{2} - 4\right) + 9}{2x+4} = \frac{x}{2} - 4 + \frac{9}{2x-4}$$

$$\text{Et : } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - \left(\frac{x}{2} - 4\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9}{2x-4} = \frac{x}{2} - 4 = 0$$

D'où la courbe de f admet une asymptote d'équation : $y = \frac{x}{2} - 4$ au voisinage de $-\infty$.

D'où la proposition est vraie.

c- La proposition « f est décroissante sur $[7, 9]$ » est fausse.

3) * On a : $\forall x \in]-\infty, 7]$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -5$.

D'où la courbe admet sur $]-\infty, 7]$; deux tangentes horizontales aux points $A(1, -2)$ et $B(-5, -8)$.

* Puisque : $(\forall x \in]7, +\infty[; f(x) = (x-9)^2 - 4$;

Alors : $f'(x) = 2(x-9) = 0 \Leftrightarrow x-9 = 0$

D'où la courbe de f admet sur $]7, +\infty[$ une tangente horizontale.

II- On a : $(\forall x \in \mathbb{R})$;

$$h(x) = \ln(e^{2x} + 1) = \ln(e^{2x}(1 + e^{-2x}))$$

$$\ln(e^{2x}) + \ln(1 + e^{-2x}) = 2x + \ln(1 + e^{-2x})$$

D'où la proposition n°4 est vraie.

a- On a : $x \mapsto e^{2x} + 1$ est une fonction croissante sur $\mathbb{R}$; car $(\forall x \in \mathbb{R}) ; u'(x) = 2e^{2x} > 0$;

et on a : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; u(x) > 1$.

Et la fonction $\ln$ est strictement croissante sur $]1, +\infty[$; d'où la fonction h est la composée de deux fonctions strictement croissantes ; d'où la proposition (a) est vraie.

b- On a : $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(e^{2x} + 1) = \ln(1) = 0$

D'où la proposition (b) est vraie.

c- On a : $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) - 2x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(1 + e^{-2x}) = \ln(1) = 0$

D'où la droite d'équation $y = 2x$ est une asymptote à (C_h) au voisinage de $+\infty$; par la

d- On a : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; e^{2x} + 1 > 1$;

D'où $(\forall x \in \mathbb{R}) ; \ln(e^{2x} + 1) > 0$

C'est-à-dire (C_h) est située au-dessus de l'axe des abscisses sur $\mathbb{R}$ par la suite la proposition (d) est fausse.

III- On a :

$$* \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2+4x-5} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)}{(x-1)(x+5)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}$$

$$\text{Et : ** } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2} - x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{\sqrt{x^2 + 2} + x} = 0$$

IV- On a :

$$* \int_1^3 |2x^2 - 8| dx =$$

$$\int_1^2 |2(x^2 - 4)| dx + \int_2^3 |2(x-2)(x+2)| dx$$

$$= - \int_1^2 (2x^2 - 8) dx + \int_2^3 (2x^2 - 8) dx$$

$$= - \left[\frac{2}{3} x^3 - 8x \right]_1^2 + \left[\frac{2}{3} x^3 - 8x \right]_2^3$$

$$= - \left(\frac{2}{3} \cdot 8 - 16 - \frac{2}{3} + 8 \right) + \left(\frac{2}{3} \cdot 27 - 24 - \frac{2}{3} \cdot 8 + 16 \right)$$

$$= - \frac{16}{3} + 16 + \frac{2}{3} - 8 + 18 - 24 - \frac{16}{3} + 16$$

$$= \frac{-32 + 2}{3} + 18 = 8$$

$$** \int_0^{\frac{\pi}{2}} (3 \cos 4x + 2 \sin 2x) dx$$

$$= \left[\frac{3}{4} \sin 4x - \cos 2x \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \left(\frac{3}{4} \sin 2\pi - \cos \pi \right) - \left(\frac{3}{4} \sin 0 - \cos 0 \right)$$

$$= 1 + 1 = 2$$

V- On a :

$$1) (\forall x \in \mathbb{N}) ; U_{n+1} = X_{n+1} - 30 = \frac{2}{3} X_n + 10 - 30$$

$$= \frac{2}{3} X_n - 20 = \frac{2}{3} \left(X_n - 20 \times \frac{3}{2} \right)$$

$$= \frac{2}{3} (X_n - 30) = \frac{2}{3} U_n.$$

Donc la suite $(U_n)_n$ est géométrique de raison $\frac{2}{3}$.

$$2) \text{ On a : } U_n = U_0 \left(\frac{2}{3} \right)^n, \text{ donc : } U_n = 10 \left(\frac{2}{3} \right)^n$$

$$\text{Et on a : } X_n = U_n + 30 \text{ (Car : } U_n = X_n - 30)$$

$$\text{D'où : } X_n = 10 \left(\frac{2}{3} \right)^n + 30$$

$$\text{On a : } X_{n+1} - X_n = 10 \left(\frac{2}{3} \right)^{n+1} + 30 - 10 \left(\frac{2}{3} \right)^n - 30$$

$$= 10 \left(\frac{2}{3} \right)^n \left[\frac{2}{3} - 1 \right] = - \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^n < 0$$

D'où la suite $(X_n)_n$ est décroissante.

$$3) \text{ Calculons : } \lim_{x \rightarrow +\infty} (X_n) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 10 \left(\frac{2}{3} \right)^n + 30 = 30$$

$$\text{car : } 0 < \frac{2}{3} < 1$$

Concours d'accès à la 1^{ère} année de Médecine Dentaire

Juillet 2010 (RABAT)

Exercice 1

On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = \ln(1 + xe^x)$

1) Calculer la limite : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) a-Montrer que : $f(x) = x + \ln x + \ln(1 + \frac{1}{xe^x})$

b-Calculer la limite : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$

Exercice 2

On considère la fonction g définie sur $[1, +\infty[$ par : $g(x) = 2\sqrt{x-1}$

1) Vérifier que pour tout x de $[1, +\infty[$; on a

$$g(x) - 2 = \frac{2(x-2)}{\sqrt{x-1} + 1} \quad \text{et} \quad g(x) - x = \frac{(x-2)^2}{2\sqrt{x-1} + x}$$

2) On considère la suite $(U_n)_n$ définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = 2\sqrt{U_n - 1} \end{cases} \quad (n \geq 0)$$

a-Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n \geq 2$

b-Montrer que la suite $(U_n)_n$ est décroissante.

c-En déduire que la suite $(U_n)_n$ est convergente, puis calculer sa limite.

Exercice 3

1) Vérifier que : $(\forall n \in [0, \frac{\pi}{4}]) \quad \frac{(\sin x)^2}{\cos x} = \frac{1}{\cos x} - \cos x$

2) Soit F la fonction définie sur $[0, \frac{\pi}{3}]$ par : $F(x) = \ln\left[\tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right]$

a Vérifier que : $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \ln(2 + \sqrt{3})$

b Montrer que la fonction F est une primitive de la fonction f définie sur $[0, \frac{\pi}{3}]$ par : $f(x) = \frac{1}{\cos x}$

c-Calculer l'intégrale : $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{(\sin x)^2}{\cos x} dx$.

Exercice 4

Une urne A contient deux boules noires et une boule blanche, et une urne B contient une boule noire et deux boules blanches. Toutes les boules dans les deux urnes sont indiscernables au toucher. On tire aléatoirement successivement et sans remise deux boules de l'urne A et on tire une seule boule de l'urne B. (Le nombre de boules tirées est 3).

1) Calculer la probabilité d'avoir 3 boules de même couleur.

2) Calculer la probabilité d'avoir deux boules blanches et une boule noire.

Corrigé du concours d'accès à la 1^{ère} année de Médecine Dentaire

Juillet 2010 (RABAT)

Exercice 1

1) On a : $f(x) = \ln(1 + xe^x)$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(1 + xe^x) = +\infty$ (Car $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln X = +\infty$)

(et $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + xe^x = +\infty$)

2) a- On a ; $\forall x \in]0, +\infty[:$
 $f(x) = \ln(1 + xe^x) = \ln(xe^x (1 + \frac{1}{xe^x}))$
 $= \ln(xe^x) + \ln(1 + \frac{1}{xe^x})$
 $= \ln x + \ln e^x + \ln(1 + \frac{1}{xe^x})$
 Donc : $f(x) = x + \ln x + \ln(1 + \frac{1}{xe^x})$

b- On a :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} + \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} \ln(1 + \frac{1}{xe^x})$$

$$= 1 + 0 + 0 = 1$$

Exercice 2

1) * Vérifions que : $\forall x \in [1, +\infty[$.

$$\text{On a : } g(x) - x = \frac{(x-2)^2}{2\sqrt{x-1} + x}$$

$$\text{On a : } g(x) - x = 2\sqrt{x-1} - x =$$

$$\frac{(2\sqrt{x-1} - x)(2\sqrt{x-1} - x)}{2\sqrt{x-1} + x} = \frac{4(x-2) - x^2}{2\sqrt{x-1} + x}$$

$$\text{D'où : } g(x) - x = \frac{-(x^2 - 4x + 4)}{2\sqrt{x-1} + x} = \frac{-(x-2)^2}{2\sqrt{x-1} + x}$$

** Vérifions que pour tout $x \in [1, +\infty[$,

$$\text{On a : } g(x) - 2 = \frac{2(x-2)}{\sqrt{x-1} + 1}$$

$$\text{On a : } g(x) - 2 = 2\sqrt{x-1} - 2 = 2(\sqrt{x-1} - 1)$$

$$= \frac{2(x-1-1)}{\sqrt{x-1} + 1} = \frac{2(x-2)}{\sqrt{x-1} + 1}$$

2) a- Montrons par récurrence que :
 $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n \geq 2$.

On a : $U_0 = 3$ et $3 > 2$, d'où : $U_0 \geq 2$.

Supposons que $U_n \geq 2$; et montrons que :

$U_{n+1} \geq 2$ On a : $U_n \geq 2$ d'où : $U_n - 1 \geq 1$;

donc : $\sqrt{U_n - 1} \geq 1$

Par la suite : $U_{n+1} = 2\sqrt{U_n - 1} \geq 2$

Donc : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n \geq 2$.

b- Montrons que la suite $(U_n)_n$ est décroissante :

On a : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_{n+1} - U_n = 2\sqrt{U_n - 1} - U_n$

$$= g(U_n) - U_n$$

$$\text{D'où : } U_{n+1} - U_n = -\frac{(U_n - 2)^2}{2\sqrt{U_n - 1} + U_n} \leq 0$$

(Car : $U_n \in [2, +\infty[$).

Par la suite $(U_n)_n$ est décroissante.

c- * Puisque la suite $(U_n)_n$ est décroissante et minorée par 2, alors elle est convergente.

** On a g est continue sur $[1, +\infty[$ et :

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{x \rightarrow +\infty} U_{n+1} = \ell \\ 2\sqrt{\ell - 1} = \ell \end{cases}$$

et 1 n'est pas solution de l'équation $g(\ell) = \ell$.

$$\text{Donc : } (\ell - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow \ell = 2$$

$$\text{D'où : } \lim_{x \rightarrow +\infty} U_n = 2$$

Exercice 3

1) Vérifions que : $\frac{(\sin x)^2}{\cos x} = \frac{1}{\cos x} - (\forall x \in [0, \frac{\pi}{3}])$

$$\text{On a : } \frac{(\sin x)^2}{\cos x} = \frac{1 - \cos^2 x}{\cos x} = \frac{1}{\cos x} - \frac{\cos x^2}{\cos x} \\ = \frac{1}{\cos x} - \cos x$$

2) a- On a : $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \ln\left[\tan\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}\right)\right] =$

$$\ln\left[\frac{\tan \frac{\pi}{6} + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan\left(\frac{\pi}{6}\right) \tan \frac{\pi}{4}}\right]$$

$$F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \ln\left[\frac{\frac{\sqrt{3}}{3} + 1}{1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 1}\right] = \ln\left[\frac{\sqrt{3} + 3}{3 - \sqrt{3}}\right]$$

$$= \ln\left[\frac{3 + 6\sqrt{3} + 9}{6}\right] = \ln[2 + \sqrt{3}].$$

b- F est dérivable sur $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ et on a :

$$F'(x) = \frac{\left[\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right] \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)}}{\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{1}{2 \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)}$$

$$\frac{2}{2} \cdot \frac{1}{\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)} = \frac{1}{\cos x}$$

D'où F est une primitive de la fonction f définie

sur $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ par :

$$f(x) = \frac{1}{\cos x} \quad (x \in [0, \frac{\pi}{3}])$$

$$\text{c- On a : } \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{(\sin x)^2}{\cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos x} - \cos x dx \\ = \left[\ln\left(\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) - \sin x\right) \right]_0^{\frac{\pi}{3}} = \ln\left(\tan\frac{5\pi}{12}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Exercice 4

1- Soit C l'événement « Avoir 3 boules de mêmes couleur »

$$\text{On a : } P(C) = \frac{\text{Carad}(C)}{\text{Carad}(\Omega)} = \frac{A_2^2}{A_3^2} \cdot \frac{A_1^1}{A_3^1} \\ = \frac{2}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

2) Soit D l'événement « Avoir deux boules blanches et une boule noire »

$$\text{On a : } P(D) = \frac{\text{Carad}(C)}{\text{Carad}(\Omega)} = 2 \cdot \frac{A_2^1}{A_3^1} \cdot \frac{A_1^1}{A_2^1} \cdot \frac{A_2^1}{A_3^1} \\ = \frac{2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{4}{9}$$

Concours d'accès à la 1ère année de Médecine Dentaire

2010 (RABAT)

Exercice 1

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0, +\infty[$ par :

$$\begin{cases} f(x) = x \ln\left(1 + \frac{x}{2}\right); x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1) a-Montrer que : $(\forall x > 0); f(x) = x \ln(x+2) - x \ln x$

b-En déduire que f est continue à droite en 0.

2) Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ (ou pose : $t = \frac{2}{x}$)

Exercice 2

1) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}); \frac{1}{e^x + 1} = 1 - \frac{e^x}{e^x + 1}$

2) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{-x} \ln(1 + e^x)$

a-Vérifier que : $f(x) + f'(x) = \frac{1}{e^x + 1}$

b-En déduire la valeur de : $\int_0^{\ln 2} f(x) dx$

Exercice 3

Pour tout n de $\mathbb{N}$, on pose : $U_n = \ln\left(\frac{2^n}{n}\right)$

a-Vérifier que : $(\forall n \in \mathbb{N}); U_n = n\left(\ln 2 - \frac{\ln n}{n}\right)$

b-Calculer : $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$; puis déduire : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n}{n}$

Exercice 4

Une urne contient deux boules numérotées 0, 0 et trois boules numérotées 1, 1, 1 ; On ne peut distinguer entre les boules par la touche.

On tire aléatoirement successivement et sans remise deux boules de l'urne.

1) Calculer la probabilité de tirer deux boules qui portent le même numéro.

2) Calculer la probabilité d'avoir deux boules dont le produit des numéros portés est nul.

Corrigé du concours d'accès à la 1^{ère} année de Médecine Dentaire

2010 (RABAT)

Exercice 1

On a :
$$\begin{cases} f(x) = x \ln \left(1 + \frac{2}{x} \right) \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1) a- Montrons que : $(\forall x > 0)$;

$$f(x) = x \ln(x+2) - x \ln x$$

On a : $f(x) = x \ln \left(\frac{x+2}{x} \right) = x(\ln(x+2) - \ln(x))$
 $= x \ln(x+2) - x \ln(x)$

b- Montrons que f est continue à droite en 0.

On a : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x+2) - x \ln(x) = 0 = f(0)$.

D'où f est continue à droite en 0.

2) Montrons que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$

On pose : $t = \frac{2}{x}$; donc : $t \rightarrow 0^+$ et $x = \frac{2}{t}$

D'où : $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(1 + \frac{2}{x} \right) = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{2}{t} \ln(1+t)$
 $= 2 \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+t)}{t} = 2 \times 1 = 2$

Exercice 2

1) On a pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$1 - \frac{e^x}{e^x + 1} = \frac{e^x + 1 - e^x}{e^x + 1} = \frac{e^x}{e^x + 1}$$

2) a- On a pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f(x) + f'(x)$

$$= e^x \ln(1 + e^x) + (-e^{-x}(\ln(1 + e^x))) + \frac{e^{-x} \cdot e^x}{e^x + 1}$$

$$= \frac{e^x}{e^x + 1}$$

b- On a : $f(x) = \frac{1}{e^x + 1} - f'(x)$

D'où : $\int_0^{\ln 2} f(x) dx = \int_0^{\ln 2} \left(\frac{1}{e^x + 1} - f'(x) \right) dx$

Donc : $\int_0^{\ln 2} f(x) dx =$

$$\int_0^{\ln 2} \left(1 - \frac{e^x}{e^x + 1} \right) dx - \int_0^{\ln 2} f'(x)$$

$$= \left[x - \ln(e^x + 1) \right]_0^{\ln 2} - \left[f(x) \right]_0^{\ln 2}$$

$$= \ln 2 - \ln(e^{\ln 2} + 1) - 0 + \ln(e^0 + 1) - f(\ln 2) + f(0)$$

$$= \ln 2 - \ln 3 + \ln 2 - e^{-\ln 2} (1 + e^{\ln 2}) - e^0 \ln(e^0 + 1)$$

$$= 2\ln 2 - \ln 3 - \frac{1}{2} (3) - \ln 2$$

$$= \ln 2 - \frac{3}{2} \ln 3$$

Exercice 3

1) a- On a pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $U_n = \ln \left(\frac{2^n}{n} \right) =$

$$\ln 2^n - \ln(n) = n \ln 2 - \ln n = n \left(\ln 2 - \frac{\ln n}{n} \right)$$

b- On a : $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \left(\ln 2 - \frac{\ln n}{n} \right) = +\infty$

(Car : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln n}{n} = 0$)

Puisque : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \ln \left(\frac{2^n}{n} \right) = +\infty$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \ln(X) = +\infty$

Alors : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n}{n} = +\infty$

(On peut remarquer que $\frac{2^n}{n} = e^{\ln \left(\frac{2^n}{n} \right)}$)

Exercice 4

1) La probabilité d'avoir deux boules qui portent le même numéro est :

$$P_1 = \frac{A_2^2 + A_3^2}{A_5^2} = \frac{2 \times 1 + 3 \times 2}{5 \times 4} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

2) Le produit des deux numéros portés par les deux boules tirées est nul si l'un des deux au moins est nul, donc la probabilité pour avoir deux boules dont le produit de leurs numéros est nul est :

$$P_2 = \frac{A_2^2}{A_5^2} + 2 \cdot \frac{A_2^1 + A_3^1}{A_5^2} = \frac{2}{5 \times 4} =$$

$$\frac{2 \times 2 \times 3}{5 \times 4} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$$

Le nombre de question est 6 :

I- On considère la fonction f définie par :

$f(x) = \cos^4 x - 2\cos^2 x$ et (C_f) sa courbe représentative.

- 1) Donner D_f domaine de définition de f .
- 2) Donner l'équation de l'axe de symétrie de (C_f)
- 3) Répondre avec vraie ou faux pour les propositions suivantes :

a- f est croissante sur $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$.

b- $f'(x)$ s'annule en $x = \pi$.

II- Calculer les deux limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3} - \sqrt{x^2 - x}}{\sqrt{2x}}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2}x + 2}{2x - 1}\right)$

III- On considère les complexes : $Z_1 = 1 - i\sqrt{3}$; $Z_2 = 1 - i$ et $Z = \frac{Z_1}{Z_2}$

Déterminer : $|Z|$ et $\arg(Z)$.

IV- Calculer les deux intégrales suivantes : $\int_0^2 x e^{\frac{x}{2}} dx$ et $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos(2x) dx$

V- On considère la sphère (S) passant par le point $A(2, 1, 1)$ et de centre $\Omega(3, 0, 1)$:

- 1) Déterminer le rayon de la sphère (S).
- 2) Soit (D) la droite définie par la représentation paramétrique suivante :

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Déterminer l'intersection de (D) et (S).

VI- On a deux paniers S_1 et S_2 qui contient chacun des boules rouges et des boules noires.

S_1 contient 10 boules et S_2 contient 12 boules.

Le nombre total des boules noires est 10. On choisit au hasard un panier et on tire une boule.

Marquer la bonne réponse.

- 1) Si la probabilité d'obtenir une boule noire de S_1 est $\frac{1}{5}$; alors S_1 contient 2 boules noires.

☐ faux ☐ vraie

- 2) Si la probabilité d'obtenir une boule rouge de S_2 est $\frac{1}{3}$; alors S_2 contient 8 boules rouges.

☐ faux ☐ vraie

Corrigé du concours d'accès à la 1^{ère} année de Médecine Dentaire

CASA BLANCA 2009

I-1) On a : $f(x) = \cos^4 x - 2\cos^2 x$

Donc f est composée des deux fonctions :

$x \rightarrow x^4 - 2x^2$ et $x \rightarrow \cos x$ définie sur $\mathbb{R}$ à valeurs dans $\mathbb{R}$.

Donc : $Df =]-\infty, +\infty[$

2) f est paire Car : $f(-x) = \cos^4(-x) - 2\cos^2(-x)$

$$= f(x) \quad (\forall x \in \mathbb{R}, -x \in \mathbb{R})$$

(Car ; $\cos(-x) = \cos x$ pour tout $x \in \mathbb{R}$).

3) On a pour tout x de $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$.

$$\begin{aligned} a- f'(x) &= 4\cos^3 x(-\sin x) - 4\cos x(-\sin x) \\ &= -4\cos x \sin x (\cos^2 x - 1) = -2\sin 2x(-\sin^2 x) \\ &= 2\sin 2x \sin^2 x \end{aligned}$$

$$x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right] \Rightarrow 2x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \sin 2x \geq 0$$

D'où : $f'(x) \geq 0$ et par la suite f est croissante sur $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$

D'où la proposition est juste.

b- On a : $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sin 2x \sin^2 x = 0$

$$\Leftrightarrow \sin 2x = 0 \text{ ou } \sin^2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x = 2\pi \text{ ou } 2x = 0 \text{ ou } x = 0 \text{ ou } x = \pi$$

$$\Leftrightarrow x = \pi \text{ ou } x = 0$$

D'où la proposition est juste.

$$\text{II-} * = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{3}{2x}} - \sqrt{\frac{x^2 - x}{2x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{3}{2x}} - \sqrt{\frac{x}{2} - \frac{1}{2}} = -\infty$$

$$** \text{ On a : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2}x + 2}{2x - 1}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

III- On a : $z_1 = 1 - i\sqrt{3}$ et $z_2 = 1 - i$
et $Z = \frac{z_1}{z_2}$

$$\begin{aligned} \text{D'où : } |Z| &= \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{\sqrt{(1)^2 + (-\sqrt{3})^2}}{\sqrt{(1)^2 + (-1)^2}} \\ &= \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\text{Et : } \text{Arg } Z = \text{Arg}\left(\frac{z_1}{z_2}\right) \equiv \text{Arg}(z_1) - \text{Arg}(z_2) [2\pi]$$

$$\text{Arg}(z) = -\frac{\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) + 2k\pi = -\frac{\pi}{12} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

IV- * Pour calculer l'intégrale : $\int_0^e x e^{\frac{x}{2}} dx$

On utilise une intégration par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = -2e^{\frac{x}{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = e^{\frac{x}{2}} \end{cases}$$

Donc :

$$\begin{aligned} \int_0^2 x e^{\frac{x}{2}} dx &= \left[-2e^{\frac{x}{2}}\right]_0^2 - \int_0^2 -2e^{\frac{x}{2}} dx \\ &= (-4e^1 + 0) + 2\left[-2e^{\frac{x}{2}}\right]_0^2 \\ &= -\frac{4}{e} + 2(-2e^1 + 2e^0) = \frac{-8}{e} + 4 \end{aligned}$$

** Pour calculer l'intégrale :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos 2x dx$$

On utilise une intégration par parties :

$$\begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = \frac{1}{2} \sin 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \cos 2x \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{D'où : } \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos 2x dx &= \left[\frac{1}{2} x \sin 2x\right]_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} \sin 2x dx \end{aligned}$$

$$= \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right) - \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{2} \cos 2x \right]_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \frac{\pi}{8} + \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{2} - \cos 0 \right) = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$$

V- 1) Le rayon du sphère (S) est :

$$r = \sqrt{(3-2)^2 + (0-1)^2 + (1-1)^2}$$

$$= \sqrt{(1)^2 + (-1)^2 + 0^2} = \sqrt{2}$$

2) L'intersection de : (D) et (S).

$$M(a,b,c) \in (S) \cap (D) \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 + t \\ b = -2 - t \\ c = 1 + t \end{cases}$$

$$\text{et } (a-3)^2 + (b-0)^2 + (c-1)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow (a-3)^2 + (b-0)^2 + (c-1)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow (3+t-3)^2 + (-2-t)^2 + (1+t-1)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow t^2 + 4 + 4t + t^2 + t^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow 3t^2 + 4t + 2 = 0$$

$$\text{On a : } \Delta = (4)^2 - 4(3)(2)$$

$$= 16 - 24 < 0$$

$$\text{Donc : } (S) \cap (D) = \emptyset$$

VI- 1) La probabilité d'obtenir une boule noire de

S_1 est $\frac{1}{5}$ si le nombre de boules noires dans S_1 est 2.

Car le nombre de boules dans S_1 est

$$10. \left(\frac{2}{10} = \frac{1}{5} \right)$$

2) La probabilité d'obtenir une boule rouge de S_2

et $\frac{1}{3}$ si le nombre de boules rouges dans S_2 est 4.

$$\left(\text{Car : } \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \right).$$

Epreuve de Mathématique Médecine

2009 - 2010 (Durée : 30 min)

Question 1	La dérivée de la fonction : $f(x) = x^x, x > 0$ est :	(A) : $f'(x) = (\ln x + 1) e^{x \ln x}$ (B) : $f'(x) = e^{x \ln x} (x \ln 2)$ (C) : $f'(x) = x(x^{x-1})$ (D) : $f'(x) = (1 - x) x^{x-1}$ (E) : $f'(x) = e^x + (1 - x) e^{x-1}$
Question 2	La limite de : $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ en $+\infty$ est :	(A) : 1 (B) : 0 (C) : n'existe pas (D) : $+\infty$ (E) : e
Question 3	L'ensemble des points $M(Z)$ tel que : $\left \frac{iz + 3}{z - 4} \right = 1$ est :	(A) : Un cercle (B) : Une droite (C) : Une demi-droite (D) : Un demi-cercle (E) : Réunion de deux demi-droites
Question 4	$l = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n(-1)^n}{2n^2 + 1}$ est :	(A) : $l = 1$ (B) : l n'existe pas (C) : $l = 0$ (D) : $l = -1$ (E) : $l = +\infty$
Question 5	La solution générale de l'équation différentielle : $y'' = 2y'$ est :	(A) : $y(x) = ae^x + be^{2x}$ (B) : $y(x) = a + be^{2x}$ (C) : $y(x) = ae^x + b$ (D) : $y(x) = ae^x + be^{-2x}$ (E) : $y(x) = a + be^{-2x}$

Question 6	$L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sum_{k=2}^{n+1} \left(\frac{1}{3^k}\right)$ est :	(A) : $L = 0$ (B) : $L = \frac{1}{6}$ (C) : $L = 1$ (D) : $L = -1$ (E) : $L = +\infty$
Question 7	La valeur de l'intégrale : $I = \int_2^e \frac{(\ln \sqrt{x})^2}{x} dx$ est :	(A) : $I = \frac{1}{12} (1 + (\ln 2)^3)$ (B) : $I = \frac{1}{12} (1 - (\ln 2)^3)$ (C) : $I = (1 + (\ln 2)^3)$ (D) : $I = (1 - (\ln 2)^3)$ (E) : $I = \frac{1}{12} (1 + (\ln 2)^2)$
Question 8	L'intersection de la sphère (S) de centre I(1, 1, 0) et de rayon $R = 2$ avec le plan : (P) : $2x + 2y - z = 0$ est :	(A) : Un point (B) : Un segment (C) : Un cercle (D) : Deux points (E) : L'ensemble vide.
Question 9	Le concours d'accès à la Médecine pour l'année 2008-2009 est composé de 4 épreuves (E_1), (E_2), (E_3) et (E_4) : La probabilité de chaque épreuve (E_i) est $\frac{1}{2^i}$. La probabilité de passer toutes les épreuves est :	(A) : $p = \frac{1}{2^{10}}$ (B) : $p = \frac{15}{2^4}$ (C) : $p = 1$ (D) : $p = 0$ (E) : $p = \frac{1}{2}$
Question 10	L'argument du complexe : $Z = (\sqrt{3} - i)^{2009}$ est :	(A) : $\beta = \pi$ (B) : $\beta = \frac{-5\pi}{6}$ (C) : $p = \frac{\pi}{6}$ (D) : $p = \frac{5\pi}{6}$ (E) : $p = -\pi$

Corrigé de l'épreuve de Mathématiques de Médecine

2009 - 2010 (Durée: 30 min)

Question 1

La dérivée de la fonction

$$f: x \mapsto x^x; (x > 0)$$

On sait que : $(\forall x > 0); x^x = e^{x \ln x}$

$$\text{Donc : } f(x) = e^{x \ln x}$$

$$\text{D'où : } f'(x) = (x \ln(x))' e^{x \ln x}$$

$$f'(x) = (1 + \ln(x)) e^{x \ln x}$$

Question 2

La limite de la fonction

$$f: x \mapsto f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

$$\text{en } +\infty \text{ On sait que : } \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e^{x \ln \left(1 + \frac{1}{x}\right)}$$

$$\text{Donc : } f(x) = e^{x \ln \left(1 + \frac{1}{x}\right)}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{\ln \left(1 + \frac{1}{x}\right)}{\frac{1}{x}}} = e^1 = e$$

$$\left(\text{car : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln \left(1 + \frac{1}{x}\right)}{\frac{1}{x}} = 1\right)$$

Question 3

L'ensemble des points $M(Z)$ du plan complexe tel

$$\text{que : } \left| \frac{iZ + 3}{Z - 4} \right| = 1$$

$$\text{On a : } \forall Z \in \mathbb{C} \setminus \{4\}$$

$$\left| \frac{iZ + 3}{Z - 4} \right| = 1 \Leftrightarrow \frac{|iZ + 3|}{|Z - 4|} = 1$$

$$\Leftrightarrow |iZ + 3| = |Z - 4|$$

$$\Leftrightarrow |i(Z - 3i)| = |Z - 4|$$

$$\Leftrightarrow |iZ - 3i| = |Z - 4|$$

$$\Leftrightarrow |Z - 3i| = |Z - 4|$$

$$\Leftrightarrow AM = BM$$

Tels que $A(3i)$ et $B(4)$

D'où l'ensemble demandé est la droite c'est la médiane du segment $[AB]$.

Question 4

$$l = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n(-1)^n}{2n^2 + 1}$$

$$\text{On a : } \left| \frac{n(-1)^n}{2n^2 + 1} \right| = \frac{n}{2n^2 + 1}$$

$$\text{Donc : } \frac{n}{2n^2 + 1} \leq \frac{n(-1)^n}{2n^2 + 1} \leq \frac{n}{2n^2 + 1}$$

$$\text{Puisque : } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n(-1)^n}{2n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{n}}{2 + \frac{1}{n^2}} = 0$$

$$l = 0$$

Question 5

La solution générale de l'équation différentielle :

$$y'' = 2y'$$

$$\text{On a : } y'' = 2y' \Leftrightarrow y'' - 2y' = 0$$

Soit l'équation caractéristique :

$$r^2 = 2r \Leftrightarrow r = 0 \text{ ou } r = 2$$

Donc la solution générale est : $y(x) = ae^{0x} + be^{2x}$
 $= a + be^{2x} \quad (a, b \in \mathbb{R})$.

Question 6

$$L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=2}^{n+1} \left(\frac{1}{3^k}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{On sait que : } \sum_{k=2}^{n+1} \left(\frac{1}{3^k}\right) &= \sum_{k=2}^{n+1} \left(\frac{1}{3^k}\right)^n \\ &= \frac{1}{6} \left(\frac{1}{3^2}\right)^2 \left[\frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+2}}{1 - \frac{1}{3}} \right] \\ &= \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+2}\right) \end{aligned}$$

Et puisque : $-1 < \frac{1}{3} < 1$

Alors : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^{n+2} = 0$

et par suite : $L = \frac{1}{6}$

Question 7

La valeur de l'intégrale :

$$I = \int_2^e \frac{(\ln \sqrt{x})^2}{x} dx$$

$$\begin{aligned} \text{On a : } (\ln(\sqrt{x}))^2 &= \left(\frac{1}{2} \ln(x)\right)^2 \\ &= \frac{1}{4} (\ln(x))^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Donc : } I &= \frac{1}{4} \int_2^e \frac{1}{x} (\ln x)^2 dx \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \left[(\ln(x))^3 \right]_2^e \\ &= \frac{1}{12} [1 - (\ln(2))^3] \end{aligned}$$

Question 8

L'intersection de la sphère (S) de centre

$I(1, 1, 0)$ est de rayon $R = 2$; avec le plan :

$$(P) : 2x + 2y - z = 0$$

Est un cercle car :

$$d(I, (P)) = \frac{4}{3} < R = 2$$

Question 9

La probabilité pour passer toutes les épreuves est :

$$p(E_1) + p(E_2) + p(E_3) + p(E_4)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4}$$

$$= \frac{2^3 + 2^2 + 2 + 1}{2^4} = \frac{15}{24}$$

Question 10

L'argument du nombre complexe :

$$Z = (\sqrt{3} - i)^{2009} \text{ est :}$$

$$\text{On sait que : } \sqrt{3} - i = 2\left(\sqrt{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}i\right)$$

$$= 2\left(\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6}\right)$$

$$= 2e^{-\frac{\pi i}{6}}$$

$$\begin{aligned} \text{Donc : } (\sqrt{3} - i)^{2009} &= 2^{2009} \cdot e^{-\frac{2009\pi i}{6}} \\ &= 2^{2009} \cdot e^{-\frac{5\pi i}{6}} \end{aligned}$$

$$\text{D'où : } \arg((\sqrt{3} - i)^{2009}) \equiv \frac{-5\pi}{6} [2\pi]$$

Epreuve de Mathématique : Concours d'entrée

2009 (MARRAKECH)

Question 1

La partie imaginaire du complexe :

$$z = \frac{(1+i\sqrt{3})}{(1-i\sqrt{3})^2} \text{ est :}$$

- A) $-\frac{1}{12}$ B) $\sqrt{3}$ C) 0
D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

Question 2

L'ensemble des solutions de l'équation :

$$\frac{z+1}{z} = -1 \text{ est :}$$

- A) $\left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} + i \right\}$;
B) $\left\{ \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}, \frac{-1-i\sqrt{3}}{2} \right\}$
C) $\left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} - i \right\}$;
D) $\left\{ \frac{-1+i\sqrt{3}}{3}, \frac{-1-i\sqrt{3}}{3} \right\}$

E) $\emptyset$.

Question 3

Le domaine de définition de :

$$g(x) = \sqrt[3]{x^2 - 2x - 2} \text{ est :}$$

- A) $[1 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}]$
B) $\mathbb{R}^*$
C) $]1 + \sqrt{3}, +\infty[$
D) $\mathbb{R} - \{1 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}\}$
E) $\mathbb{R}]1 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}[$

Question 4

La valeur de la limite :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x^2+1} - \sqrt{x+1}}{x}$$

- A) $+\infty$ B) n'existe pas C) $\sqrt{2}$
D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E) 0.

Question 5

(U_n) est une suite numérique définie par : $u_1 = 1$
et $u_{n+1} = 2u_n + \frac{n+2}{n(n+1)}$

La raison de la suite (V_n) : $V_n = u_n + \frac{1}{n}$ est :

- A) $-\frac{1}{2}$ B) 2 C) 0
D) -2 E) $\frac{1}{2}$

Question 6

Soit h la fonction définie par :

$$h(x) = \frac{\sin(\pi x)}{x-1}$$

pour $x \neq 1$ et $h(1) = a$; ($a \in \mathbb{R}$).

La valeur de a pour que h soit continue en $x = 1$ est :

- A) π B) π C) $\sqrt{2}$
D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{1}{2}$

Question 7

Soit g une fonction numérique définie et dérivable sur $I : I =]0, +\infty[$; tel que :

$$g(x) = xg\left(\frac{1}{x}\right) \text{ pour } x \in]0, +\infty[\text{ et } g(1) = 1.$$

La valeur de $g'(1)$ est :

- A) -2 B) 0 C) $\frac{1}{2}$
 D) $\frac{2}{3}$ E) $-\frac{1}{2}$

Question 8

La valeur de l'intégrale : $\int_0^2 \frac{|1-x|}{|1-x^2|+|1+x^2|} dx$ est :

- A) $-\frac{1}{6}$ B) 0 C) $\ln\left(\frac{1}{2}\right)$
 D) $\frac{\ln(2)}{2}$ E) $2\ln\left(\frac{3}{2}\right)$

Question 9

La courbe représentative de la fonction f définie par : $f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{1+2x^2}}$ admet au voisinage de $+\infty$ une asymptote d'équation :

- A) $y = x$
 B) $y = \frac{1}{\sqrt{2}}x + 1$
 C) $y = \sqrt{2}x + 1$
 D) $y = 2x + \frac{\sqrt{2}}{2}$
 E) $y = x + \frac{1}{\sqrt{2}}$

Question 10

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, (l'unité c'est le cm), on considère les deux courbes représentative de f et g définie par : $f(x) = \sqrt{x}$ et $g(x) = x^2$.

La surface du domaine du plan délimité par les courbes de f et g et les deux droites : $x = 0$ et $x = 2$ est :

- A) $\frac{2+5\sqrt{2}}{-2} \text{ cm}^2$; B) $\frac{1}{2} \text{ cm}^2$;
 C) $\frac{2(5-2\sqrt{2})}{3} \text{ cm}^2$; D) $\frac{2(2-5\sqrt{2})}{3} \text{ cm}^2$

Question 11

Soit h la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ et (C) sa courbe dans un repère orthonormé. Le point $\Omega(1,2)$ est un centre de symétrie pour

(C) si $(\forall x \in \mathbb{R})$ on a :

- A) $h(x) = 2x$; B) $h(2-x) + h(x) = 4$;
 C) $h(2-x) = h(x)$; D) $h(1-x) = 2-h(x)$
 E) $h(-x) = -h(x)$.

Question 12

On jette deux dés (de couleur différentes) au même temps (l'un deux est cubique et l'autre est truqué et ces faces sont numérotées de 1 à 6)

La probabilité d'obtenir deux faces dont la somme des numéros est égale à 8 est :

- A) $\frac{5}{36}$; B) $\frac{1}{12}$; C) $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$;
 D) $\frac{1}{36}$; E) $\frac{8}{36} = \frac{1}{9}$.

Corrigé d'épreuve de Mathématiques Concours d'entrée 2009 (MARRAKECH)

Question 1

$$\text{On a : } z = \frac{(1+i\sqrt{3})}{(1-i\sqrt{3})^2} = \frac{1+i\sqrt{3}}{-2-2i\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1+i\sqrt{3}}{-2(1+i\sqrt{3})} = -\frac{1}{2}$$

Donc la partie imaginaire de z est 0 ; d'où la réponse juste c'est (C).

Question 2

$$z + \frac{1}{z} = -1 \Leftrightarrow z^2 + 1 = -z \Leftrightarrow z^2 + z + 1 = 0$$

($z \neq 0$)

$$\text{On a : } \Delta = (1)^2 - 4(1)(1) = -3 = (i\sqrt{3})^2$$

D'où les solutions sont :

$$\frac{-1-\sqrt{3}i}{2} \text{ et } \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$$

Question 3

$$\text{On a : } x \in \text{Dg} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 - (\sqrt{3})^2 \geq 0 \quad \begin{array}{ccc} 1-\sqrt{3} & & 1+\sqrt{3} \\ | & & | \\ \pm & & + \end{array}$$

$$\Leftrightarrow (x-1-\sqrt{3})(x-1+\sqrt{3}) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x \in]-\infty, 1-\sqrt{3}] \cup [1+\sqrt{3}, +\infty[$$

Question 4

$$\text{On a : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x^2+1} - \sqrt{x+1}}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(\sqrt{2 + \frac{1}{x^2}} - \sqrt{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} \right)}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2 + \frac{1}{x^2}} - \sqrt{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{x} = \sqrt{2}$$

Donc la réponse juste c'est (C).

Question 5

On a : ($\forall n \in \mathbb{N}$) et $n \geq 1$

$$V_{n+1} = U_{n+1} + \frac{1}{n+1} = 2U_n + \frac{n+2}{n(n+1)} + \frac{1}{n+1}$$

$$= 2U_n + \frac{n+2}{n(n+1)} + \frac{n}{n(n+1)}$$

$$\text{Donc : } V_{n+1} = 2V_n$$

$$\text{Et : } V_{n+1} = 2U_n + \frac{2n+2}{n(n+1)} = 2\left(U_n + \frac{1}{n}\right)$$

Par suite la raison de la suite $(V_n)_n$ est 2.

D'où la réponse juste c'est (B).

Question 6

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x-1} = ? \text{ on pose : } x = X+1 \text{ et } X = x-1$$

$$\text{D'où : } X \rightarrow 0 \Leftrightarrow x \rightarrow 1$$

$$\text{Donc : } \sin(\pi(X+1)) = \sin(\pi X + \pi) = -\sin(\pi X).$$

$$\text{Par la suite : } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x-1} = \lim_{X \rightarrow 0} \frac{-\sin(\pi X)}{X}$$

$$= \lim_{X \rightarrow 0} -\pi \frac{\sin(\pi X)}{\pi X} = -\pi$$

D'où la valeur de a est π .

Donc la réponse juste c'est (D).

Question 7

g est dérivable sur I , et on a : $g(x) = xg\left(\frac{1}{x}\right)$.

$$\text{Donc : } g'(x) = \left(xg\left(\frac{1}{x}\right)\right)' = g\left(\frac{1}{x}\right) - x \cdot \frac{1}{x^2} g'\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\text{D'où : } g'(x) = g\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x} g'\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\text{Donc pour } x = 1 ; \text{ on a : } g'(1) = g(1) - g'(1)$$

$$\text{C'est-à-dire ; } 2g'(1) = g(1) = 1$$

$$\text{Par la suite : } g'(1) = \frac{1}{2}$$

Donc la réponse juste c'est (C).

Question 8

$$\begin{aligned}
 I &= \int_0^2 \frac{|1-x|}{|1-x^2| + |1+x^2|} dx \\
 &= \int_0^1 \frac{1-x}{1-x^2+1+x^2} dx + \int_1^2 \frac{x-1}{x^2-1+1+x^2} dx \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^1 (1-x) dx + \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{x-1}{x^2} dx \\
 &= \frac{1}{2} \left[x - \frac{x^2}{2} \right]_0^1 + \frac{1}{2} \left[\ln(x) + \frac{1}{x} \right]_1^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Donc : } I &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \left(\ln 2 + \frac{1}{2} - 1 \right) \\
 &= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \ln \sqrt{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \ln \sqrt{2} = \frac{1}{2} \ln 2
 \end{aligned}$$

D'où la réponse juste c'est (D).

Question 9

$$\text{On a : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + \frac{x}{\sqrt{1+2x^2}} = 1$$

$$\begin{aligned}
 \text{Et : } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{1+2x^2}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^2} + 2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}
 \end{aligned}$$

D'où la droite d'équation $y = x + \frac{\sqrt{2}}{2}$ est une asymptote oblique à (C).

D'où la réponse juste c'est (E).

Question 10

$$\begin{aligned}
 \text{On a : } f(x) - g(x) &= \sqrt{x} - x^2 \\
 &= -(\sqrt{x})^4 \\
 &= \sqrt{x} (1 - \sqrt{x}^3) \\
 &= \sqrt{x} (1 - \sqrt{x}) (1 + \sqrt{x} + \sqrt{x}^2)
 \end{aligned}$$

$$f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

$$\text{Et on a : } 1 + \sqrt{x} + \sqrt{x}^2 > 0$$

(car : $1 + \sqrt{x} + (\sqrt{x})^2 = 0$) n'a pas de solution.

Donc la surface demandée est :

$$A = \left(\int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx + \int_1^2 (x^2 - \sqrt{x}) dx \right) \text{cm}^2$$

$$A = \left(\left[\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 + \left[\frac{x^3}{3} - \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right]_1^2 \right) \text{cm}^2$$

$$A = \left(\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{8}{3} - \frac{2\sqrt{8}}{3} - \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) \right) \text{cm}^2$$

$$= \left(\frac{10}{3} - \frac{4\sqrt{2}}{3} \right) \text{cm}^2 = \frac{2(5 - 2\sqrt{2})}{3} \text{cm}^2$$

D'où la réponse juste c'est (C).

Question 11

Le point $\Omega(1,2)$ est un centre de symétrie pour

(C) sur $\mathbb{R}$ Si $(\forall x \in \mathbb{R}); (2-x) \in \mathbb{R}$

et $h(2-x) + h(x) = 4$

D'où la réponse juste c'est (B).

Question 12

Soit Ω l'univers de possibilités,

$$\text{card } \Omega = 6 \times 6 = 36.$$

Donc il y a 36 cases dans le tableau ci-dessous :

$d_1 \backslash d_2$	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

D'où la probabilité demandé c'est A.