مادة: الرياضيات ذ. مقريني رشيد	فرض منزلي رقم 03 الدورة 01	الموسم الدراسي: 2022/2021 المستوى والقسم: 2BACPC-1

مسألة

❖ **الجزء الأول:** نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2-1+\ln(x)$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$.
2) بين أن $\forall x\in]0;+\infty[: g'(x)=\dfrac{1+2x^2}{x}$ ، ثم ضع جدول تغيرات الدالة g.
3) أحسب $g(1)$ ثم ضع جدول إشارة الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

❖ **الجزء الثاني:** نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2-\ln(x)}{x}$ وليكن C_f منحناها الممثل في م.م.م.

1) بين أن $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ ، ثم أعط تأويلاً هندسيا للنتيجة المحصلة.
2) بين أن المستقيم ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ C_f بجوار $+\infty$.
3) أدرس الوضع النسبي لـ C_f والمستقيم ذي المعادلة $y=x$.
4) أ- بين أن الدالة f قابلة للإشتقاق على $]0;+\infty[$ وأن: $\forall x\in]0;+\infty[: f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.
   ب- ضع جدول تغيرات الدالة f.
5) أ- بين أن $\forall x\in]0;+\infty[: f''(x)=\dfrac{3-2\ln(x)}{x^3}$.
   ب- أدرس تقعر المنحنى C_f محدداً إحداثيات نقطة انعطافه.
6) أنشئ C_f (نأخذ $\|\vec{i}\|=2cm$ و $e^{\frac{3}{2}}=4,5$ و $f\left(e^{\frac{3}{2}}\right)=4$).
7) بين أن الدالة $x\to \frac{1}{2}(\ln(x))^2$ هي دالة أصلية للدالة $x\to \dfrac{\ln(x)}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$.
8) إستنتج الدالة الأصلية F للدالة f التي تحقق $F(1)=2$.

❖ **الجزء الثالث:** لتكن h قصور الدالة f على المجال $[1;+\infty[$

1) بين أن الدالة h تقبل دالة عكسية h^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده.
2) إستنتج أن المعادلة $h(x)=e$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $[1;+\infty[$.
3) بين أن الدالة h^{-1} قابلة للاشتقاق في العدد e محدداً العدد المشتق $(h^{-1})'(e)$ بدلالة α.
4) أنشئ بلون مغاير في نفس المعلم السابق -معللاً جوابك- التمثيل المبياني $C_{h^{-1}}$ للدالة h^{-1}.

❖ **الجزء الرابع:** نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بـ: $u_0=e$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل $n\in\mathbb{N}$

1) بين أن: $1\le u_n\le e$ لكل $n\in\mathbb{N}$.
2) بين أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تناقصية (إستعمل نتيجة السؤال 3 من الجزء الثالث).
3) إستنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة ثم حدد نهايتها.
4) حدد نهاية المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بـ $v_n=f(u_n)$ لكل $n\in\mathbb{N}$.

Pr. R. MOUKRINI