

Fonctions exponentielles

Nationaux de 2010 à 2021- 2ème Bac sciences économiques et de gestion

Rattrapage 2021 (Ex.1)

On considère la fonction numérique h de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$h(x) = \left(\frac{1}{x} + 2\right)e^x$$

1. Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) \quad \text{et} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} h(x) \quad \text{et} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} h(x)$$

2. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}^*, h'(x) = \left(2x^2 + x - 1\right)\frac{e^x}{x^2}$

Rattrapage 2021 (Ex.2)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système :
$$\begin{cases} u + 2v = 7 \\ 4u - v = 1 \end{cases}$$

2. En déduire que le couple $(0, \ln 3)$ est la solution du système :

$$\begin{cases} e^x + 2e^y = 7 \\ 4e^x - e^y = 1 \end{cases}$$

Ordinaire 2021

Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes.

1. Calculer les limites suivantes :

1.a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{x} + \frac{e^x}{e^x - 1}\right)$

1.b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2x + \frac{e^x}{e^x - 1}\right)$

1.c. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(\frac{e^x - 1}{x^2}\right)$

2. 2.a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $t^2 + t - 2 = 0$

2.b. En déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation suivante :

$$e^{2x} + e^x - 2 = 0$$

3. Donner une primitive H de la fonction h définie sur $]0, +\infty[$ par :

$$h(x) = e^x + \frac{2 \ln x}{x}$$

Rattrapage 2020

On considère la fonction numérique h définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = (x^2 + 1)e^x - 1$$

1. Montrer que $h'(x) = (x + 1)^2 e^x$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

2. Donner le signe de $h'(x)$ sur $\mathbb{R}$.

3. Calculer $h(0)$ puis dresser le tableau de variations de h (le calcul des limites n'est pas demandé)

4. Étudier à partir du tableau de variations le signe de $h(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Ordinaire 2020

On considère la fonction numérique h définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = e^x - x - 1$$

1. Calculer $h'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

2. Étudier le signe de $h'(x)$ sur $\mathbb{R}$.

3. Calculer $h(0)$ et dresser le tableau de variations de h (sans calculer les limites)

4. En déduire que $h(x) \geq 0$ sur $\mathbb{R}$.

Ordinaire 2019

Partie I :

On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = e^x - x$$

1. Calculer $g'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

2. Étudier le signe de $g'(x)$ sur $\mathbb{R}$.

3. Calculer $g(0)$ et dresser le tableau de variations de g (le calcul des limites aux bornes n'est pas demandé)

4. En déduire que pour tout x de $\mathbb{R}$: $g(x) \geq 1$

Partie II :

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x + 1)e^{-x} + x - 1$$

et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. 1.a. Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ et calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$

1.b. Donner une interprétation géométrique du résultat.

2. 2.a. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (x - 1))$

2.b. Donner une interprétation géométrique du résultat.

3. 3.a. Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$

3.b. En déduire que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

3.c. Dresser le tableau de variations de f .

3.d. Donner l'équation de la tangente (T) au point d'abscisse 0.

3.e. Résoudre l'équation $f(x) = x - 1$ et en déduire les coordonnées du point d'intersection de (C_f) et la droite (Δ) d'équation $y = x - 1$.

4. 4.a. Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$: $f''(x) = e^{-x}(x - 1)$

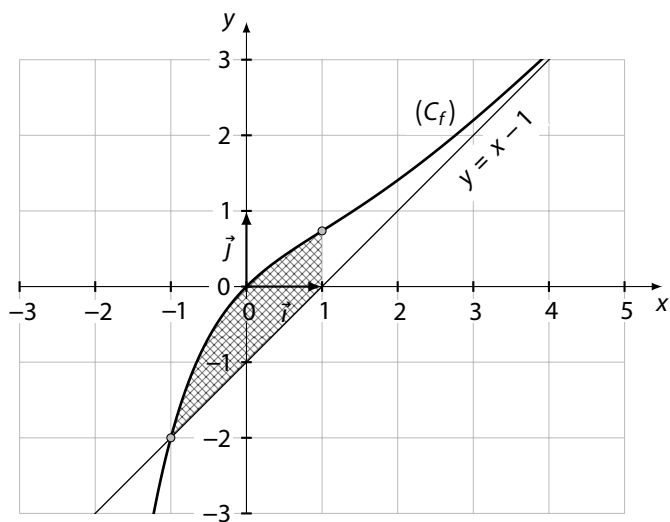
4.b. Montrer que (C_f) admet un point d'inflexion dont on déterminera les coordonnées.

5. Dans la figure ci-dessous (C_f) est la courbe représentative de f dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

5.a. En utilisant une intégration par parties, montrer que :

$$\int_{-1}^1 (x + 1)e^{-x} dx = e - \frac{3}{e}$$

5.b. Calculer l'aire de la partie hachurée de la figure.



Rattrapage 2018

Partie I :

On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = e^x - x$$

1. Calculer $g'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.
2. Montrer que $g'(x) \leq 0$ sur $]-\infty, 0]$ et que $g'(x) \geq 0$ sur $[0, +\infty[$ puis dresser le tableau de variations de g
(le calcul des limites en $-\infty$ et en $+\infty$ n'est pas demandé)
3. En déduire que $e^x - x > 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

Partie II :

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{e^x}{e^x - x}$$

et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. Montrer que l'ensemble de définition de f est $D_f = \mathbb{R}$
2. a. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
puis donner une interprétation géométrique du résultat.
b. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
puis donner une interprétation géométrique du résultat.
3. a. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (x - 1))$
b. Donner une interprétation géométrique du résultat.
4. a. Montrer que $f'(x) = \frac{(1-x)e^x}{(e^x - x)^2}$ pour tout x de $\mathbb{R}$.
b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ puis dresser le tableau de variations de f .
c. Donner l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 0$
5. Tracer dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ la tangente (T) , la droite d'équation $y = 1$ puis la courbe (C_f)
(on prendra $\frac{e}{e-1} \approx 1,6$ et $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2$ cm)
On admettra que (C_f) a deux points d'inflexions $J(0,1)$ et K d'abscisse a tel que $1,5 < a < 2$

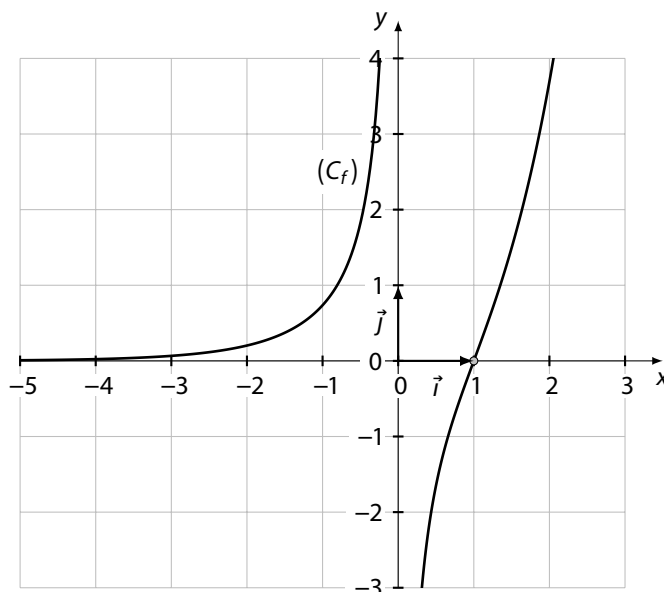
Rattrapage 2017

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$f(x) = \left(\frac{x-1}{x} \right) e^x$$

et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. a. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$
puis donner une interprétation géométrique du résultat.
b. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
et donner une interprétation géométrique du résultat.
c. Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ et que $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$
puis donner une interprétation géométrique du résultat.
2. a. Montrer que $f'(x) = \left(\frac{x^2 - x + 1}{x^2} \right) e^x$ pour tout x de $\mathbb{R}^*$
b. Montrer que $f'(x) > 0$ pour tout x de $\mathbb{R}^*$.
c. En déduire le sens de variations de f sur $]-\infty, 0]$ et sur $[0, +\infty[$
d. Calculer $f(1)$ et dresser le tableau de variations de f .
3. Dans la figure ci-dessous (C_f) est la courbe représentative de f .
a. Donner l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 1
b. Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 2$
c. Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -2$



Rattrapage 2016

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = e^{2x} - 4e^x + 3$$

et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R} : f(x) = e^x(e^x - 4) + 3$

1.a. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
et donner une interprétation géométrique du résultat.

1.b. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$
puis donner une interprétation géométrique du résultat.

2. 2.a. Montrer que $f'(x) = 2e^x(e^x - 2)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

2.b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ puis dresser le tableau de variations de f .

3. Vérifier que $f(x) = (e^x - 1)(e^x - 3)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis déterminer les deux points d'intersection de la courbe (C) avec l'axe des abscisses.

4. 4.a. Montrer que $f''(x) = 4e^x(e^x - 1)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

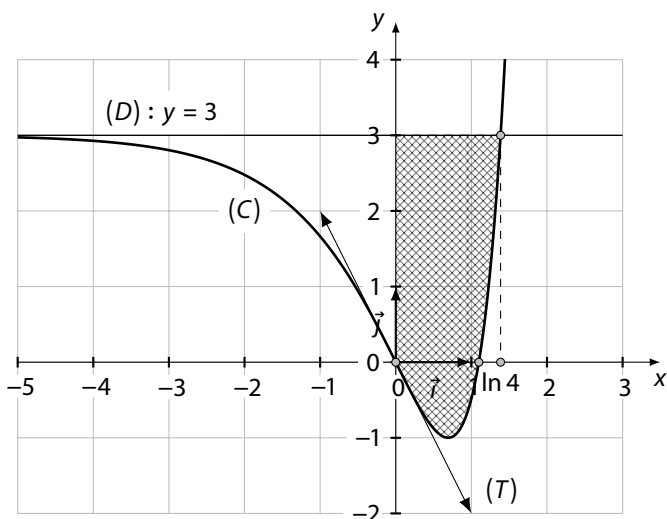
4.b. Étudier le signe de $f''(x)$ sur $\mathbb{R}$ puis en déduire que le point $O(0, 0)$ est un point d'inflexion pour la courbe (C) .

5. Donner l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point $O(0, 0)$

6. Dans la figure ci-dessous (C) est la courbe représentative de f et (D) est la droite d'équation $y = 3$

6.a. Déterminer le point d'intersection de (C) avec la droite (D)

6.b. Calculer l'aire de la partie hachurée.



Rattrapage 2014

Première partie :

On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = e^x - x$$

1. Calculer $g'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis étudier son signe.

2. 2.a. Calculer $g(0)$ et dresser le tableau de variations de g
(le calcul des limites n'est pas demandé)

2.b. En déduire que $g(x) > 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$

Deuxième partie :

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2e^x - x^2$$

et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$
puis donner une interprétation géométrique du résultat.

2. 2.a. Vérifier que $f(x) = 2x^2 \left(\frac{e^x}{x^2} - \frac{1}{2} \right)$ pour tout x de $\mathbb{R}^*$

2.b. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$
puis donner une interprétation géométrique du résultat.

3. 3.a. Montrer que $f'(x) = 2g(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

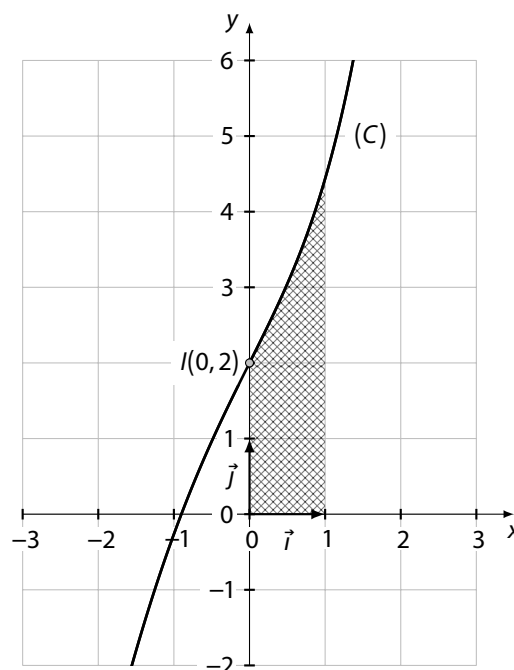
3.b. En déduire le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ puis donner le tableau de variations de f .

4. 4.a. Vérifier que $f''(x) = 2(e^x - 1)$ pour tout x de $\mathbb{R}$

et étudier le signe de $f''(x)$, puis en déduire que $I(0, 2)$ est un point d'inflexion de la courbe (C)

5. La représentation graphique ci-dessous est la partie de la courbe (C) sur l'intervalle $] -2, 2[$.

Calculer l'aire de la partie hachurée.



Ordinaire 2014

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x - 1)^2 e^x$$

et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. 1.a. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

1.b. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$
puis donner une interprétation géométrique du résultat.

1.c. Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R}^*$: $f(x) = \left(\frac{x-1}{x} \right)^2 x^2 e^x$

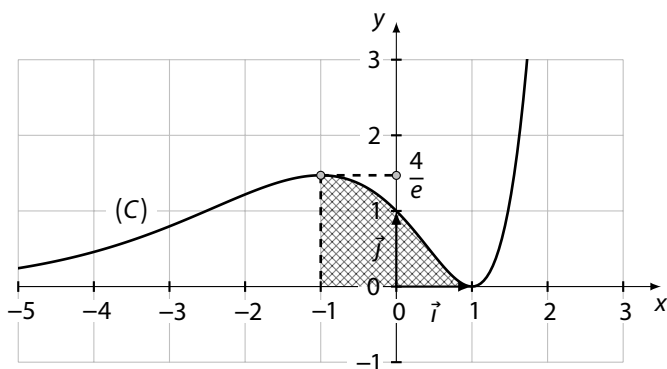
1.d. Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$
puis donner une interprétation géométrique du résultat.

2. 2.a. Montrer que $f'(x) = (x^2 - 1)e^x$ pour tout x de $\mathbb{R}$

2.b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ puis calculer $f(-1)$ et $f(1)$ et donner le tableau de variations de f .

3. Montrer que la fonction F définie par $F(x) = (x^2 - 4x + 5)e^x$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$

4. Dans la figure ci-dessous (C) est la courbe représentative de f .



- 4.a. En utilisant le résultat de la question 3. calculer l'aire de la partie hachurée.
- 4.b. Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$

Ordinaire 2013

1. Vérifier que pour tout X de $\mathbb{R} : (X - 4)(X - 2) = X^2 - 6X + 8$
2. En déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation : $e^{2x} - 6e^x + 8 = 0$

Rattrapage 2012

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 3e^{2x} - 4e^x + 1$$

et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- Calculer la limite $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ puis donner une interprétation géométrique du résultat.
- Vérifier que $f(x) = e^x \left(3e^x - 4 + \frac{1}{e^x} \right)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ et calculer les limites $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique du résultat.
- 3.a. Montrer que pour tout x de $\mathbb{R} : f'(x) = 2e^x (3e^x - 2)$
3.b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ et vérifier que $f\left(\ln \frac{2}{3}\right) = -\frac{1}{3}$ puis dresser le tableau de variations de f .
- 4.a. Vérifier que $f(x) = (3e^x - 1)(e^x - 1)$ pour tout x de $\mathbb{R}$
4.b. En déduire que la courbe (C) coupe l'axe des abscisses au point O et au point $I(-\ln 3, 0)$
4.c. Montrer que $f''(x) = 4e^x (3e^x - 1)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ et étudier le signe de $f''(x)$, puis en déduire que I est un point d'inflexion de la courbe (C)
- Calculer $f'(0)$ et $f'(-\ln 3)$ et construire les points I et $B\left(\ln \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$ et les tangentes de (C) aux points O et I et B respectivement, puis construire la courbe (C)
(On prendra $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2$ cm et $\ln 2 \approx 0,7$ et $\ln 3 \approx 1,1$)

Rattrapage 2011

Première partie :

On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie sur $I =]-\infty, 0]$ par :

$$g(x) = \frac{e^x}{e^x + 1} - \ln(1 + e^x)$$

et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

$$1. \text{ Montrer que : } \forall x \in I, g'(x) = \frac{-e^{2x}}{(e^x + 1)^2}$$

$$2. \text{ 2.a. Calculer } g(0) \text{ et } \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$$

2.b. Dresser le tableau de variations de g .

$$3. \text{ En déduire que : } \forall x \leq 0, g(x) < 0$$

$$4. \text{ 4.a. Calculer } f''(x) \text{ pour tout } x \text{ de } I \text{ puis déduire la concavité de } (C)$$

$$4.b. \text{ Calculer } g'(0) \text{ et construire } (C)$$

(On prendra $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 4$ cm et $g(0) \approx -0,2$)

Deuxième partie :

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur I par :

$$f(x) = \frac{\ln(1 + e^x)}{e^x}$$

$$1. \text{ En posant } t = e^x \text{ montrer que } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$$

$$2. \text{ Calculer } f'(x) \text{ pour tout } x \text{ de } I \text{ et en déduire que :}$$

$$\forall x \in I, f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$$

$$3. \text{ Calculer } f(0) \text{ et dresser le tableau de variations de } g \text{ puis en déduire que : } \forall x \leq 0, \ln 2 \leq f(x) \leq 1$$

Rattrapage 2010

Première partie :

On considère la fonction numérique h de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = x + 1 - e^x$$

$$1. \text{ Calculer } h'(x) \text{ et étudier son signe puis poser le tableau de variations de } h \text{ (le calcul des limites n'est pas demandé)}$$

$$2. \text{ En déduire que pour tout } x \text{ de } \mathbb{R} : h(x) \leq 0$$

Deuxième partie :

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 + 2x - 2e^x$$

et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

$$1. \text{ Calculer la limite } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$$

$$2. \text{ Donner une interprétation géométrique du résultat.}$$

$$3. \text{ 3.a. Calculer les limites } \lim_{n \rightarrow -\infty} f(x) \text{ et } \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} \text{ puis donner une interprétation géométrique du résultat.}$$

$$3.b. \text{ Calculer les limites } \lim_{n \rightarrow +\infty} f(x) \text{ et } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} \text{ puis donner une interprétation géométrique du résultat.}$$

$$4. \text{ Montrer que pour tout } x \text{ de } \mathbb{R} : f'(x) = 2h(x) \text{ puis dresser le tableau de variations de } f.$$

$$5. \text{ 5.a. Montrer que l'équation } f(x) = 0 \text{ admet une solution unique } a \text{ dans } \mathbb{R} \text{ et que } a \text{ appartient à l'intervalle }]-2, 2; -2[$$

$$5.b. \text{ Montrer que la courbe } (C_f) \text{ admet un point d'inflexion } I \text{ d'abscisse } 0$$

$$5.c. \text{ Calculer } f'(0) \text{ puis déterminer l'équation de la tangente } (T) \text{ à } (C_f) \text{ au point } I$$

$$5.d. \text{ Construire la droite } (T) \text{ et la courbe } (C_f) \text{ dans le repère } (O, \vec{i}, \vec{j})$$