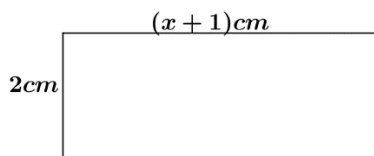


Généralité sur les fonctions numériques

Pr. Latrach Abdelkbir

Activité ① :

Considérons un rectangle de longueur $(x - 3)cm$ et de largeur $2cm$ tel que x un réel supérieur à 3.



On désigne par $f(x)$ la surface de ce rectangle.

- 1) Déterminer l'expression de $f(x)$.
- 2) Déterminer la surface de ce rectangle si $x = 4$ et si $x = 5$.
- 3) Déterminer les valeurs possibles de x si $f(x) = 12$ puis si $f(x) = 20$.

Définition :

Une fonction numérique f d'une variable réelle x est une relation qui à un nombre réel x associe un unique nombre réel y noté $f(x)$. On écrit alors : $f(x) = y$.

Notation :

- L'image d'un nombre x par la fonction f est **unique** et se note $f(x)$.
- Si y est l'image de x , on a l'égalité $f(x) = y$ et x est appelé un **antécédent** de y par la fonction f .
- La notation suivante se rencontre également
 $f: x \mapsto f(x)$

Application ① :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = 2x + 3$.

- 1) Calculer l'image des nombres suivants : 0, 2 et -2.
- 2) Déterminer les antécédents de 5, 9 et -3.

Activité ② :

Considérons f la fonction définie par : $f(x) = \frac{1}{x}$.

Déterminer les images, si possible, des nombres 1 ; -2 et 0 par la fonction f .

Définition :

L'ensemble de définition d'une fonction f , noté souvent D_f , est l'ensemble des valeurs de la variable x pour lesquelles $f(x)$ est calculable.

Application ② :

- 1) a- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $3x + 9 = 0$.
- b- Déterminer l'ensemble de définition de la fonction :

$$f: x \mapsto \frac{x-1}{3x+9}$$

- 2) a- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 5x + 6 = 0$
- b- Déterminer l'ensemble de définition de la fonction :

$$g: x \mapsto \frac{2x}{x^2-5x+6}$$

Activité ③ :

Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2x + 1$$

- 1) Remplir le tableau suivant :

x	-1	2
$f(x)$		

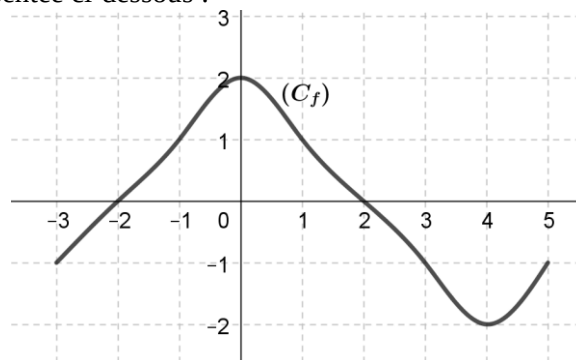
- 2) Représenter graphiquement la fonction f dans un repère orthonormé.

Définition :

Dans un repère du plan, la **courbe représentative** de la fonction f , noté souvent (C_f) , est l'ensemble des points $M(x; f(x))$ où x parcourt le domaine de définition D_f de la fonction f .

Application ③ :

Considérons f la fonction définie par sa courbe (C_f) représentée ci-dessous :



- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f .

- 2) Remplir le tableau suivant :

x	-3	-2	-1	0	2	5
$f(x)$						

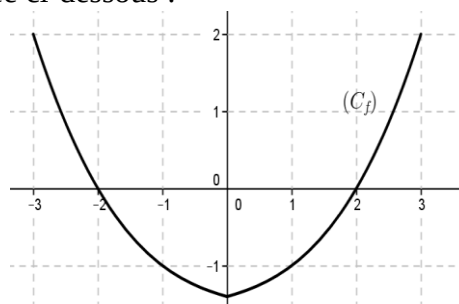
- 3) Déterminer les antécédents par f des nombres suivants : 0 ; -1 ; 1 et 2.

Application ④ :

Considérons f la fonction définie par $f(x) = x^2 + 1$. Parmi les points $A(1; 2)$; $B(-1; 2)$; $C(0; 3)$ et $D(2; 5)$ déterminer ceux qui appartiennent à la courbe (C_f) . Justifier vos réponses.

Activité ④ :

Considérons f la fonction définie par sa courbe (C_f) représentée ci-dessous :



- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- 2) Comparer $f(-2)$ et $f(2)$ puis $f(-3)$ et $f(3)$.
- 3) Soit $x \in D_f$, comparer $f(-x)$ et $f(x)$.
- 4) Quelle est la propriété géométrique vérifiée par (C_f) ?

Définition :

Soit f une fonction numérique définie sur D_f .

On dit que f est **paire** si les deux conditions suivantes sont vérifiées :

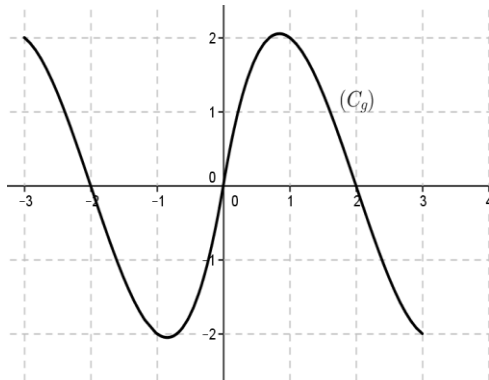
- $-x \in D_f$ pour tout x de D_f .
- $f(-x) = f(x)$ pour tout x de D_f .

Remarque :

f est paire si et seulement si sa courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Activité ⑤ :

Considérons f la fonction définie par sa courbe (C_f) représentée ci-dessous :



- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- 2) Comparer $f(-3)$ et $f(3)$ puis $f(-1)$ et $f(1)$.
- 3) Soit $x \in D_f$, comparer $f(-x)$ et $f(x)$.
- 4) Quelle est la propriété géométrique vérifiée par (C_f) ?

Définition :

Soit f une fonction numérique définie sur D_f .

On dit que f est **impaire** si les deux conditions suivantes sont vérifiées :

- $-x \in D_f$ pour tout x de D_f .
- $f(-x) = -f(x)$ pour tout x de D_f .

Remarque :

f est impaire si et seulement si sa courbe est symétrique par rapport à l'origine du repère.

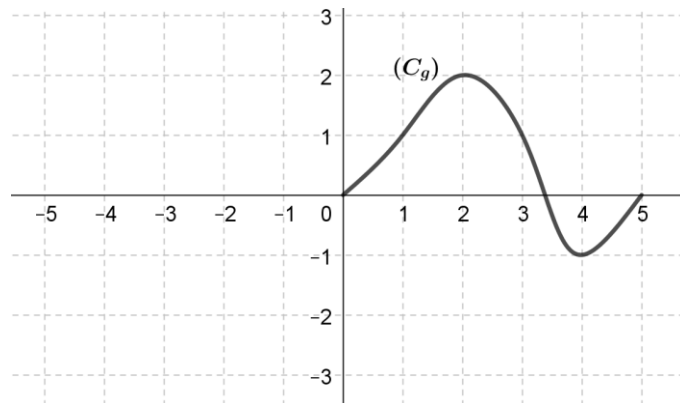
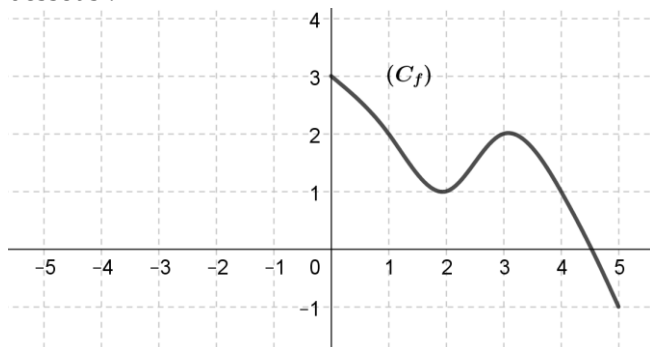
Application ⑤ :

Etudier la parité de fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{3x^2+5}{x^2+1} ; f(x) = 2x^5 - 3x ; f(x) = 3x + 4$$

Application ⑥ :

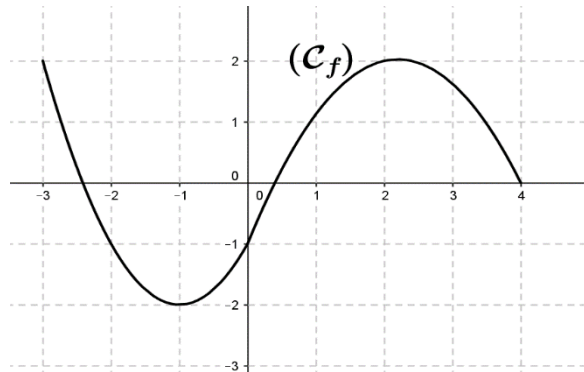
Considérons f et g les fonctions définies sur $[-5; 5]$ par ses courbes respectives (C_f) et (C_g) représentées ci-dessous :



Compléter (C_f) sachant que f est paire et (C_g) sachant que g est impaire.

Activité ⑥ :

Considérons f la fonction définie par sa courbe représentée ci-dessous :



- 1) Compléter le tableau suivant :

x	-3	-1	2	4
$f(x)$	0			

- 2) Déterminer la valeur maximale et la valeur minimale de f sur $[-3; 4]$.

Définition :

Soient f une fonction et I un intervalle inclus dans son ensemble de définition. On dit que :

- f est **strictement croissante** sur I si pour tous réels a et b de I tels que $a \leq b$, on a : $f(a) < f(b)$.
- f est **strictement décroissante** sur I si pour tous réels a et b de I tels que $a \leq b$, on a : $f(a) > f(b)$.

Application ⑦ :

Dresser le tableau des variations de la fonction f représentée par sa courbe ci-dessous :

