

Généralité sur les fonctions numériques

Pr. Latrach Abdelkbir

Activité ① :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = 2x + 3$.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- 2) Calculer l'image des nombres suivants : 0, 2, -2.
- 3) Déterminer les antécédents de 5, 9 et -3.

Application ① :

Soit g la fonction définie par : $g(x) = x^2 + ax$ où $a \in \mathbb{R}$.

Déterminer a dans les deux suivants :

- L'image de 2 est -2.
- Le nombre 0 est un antécédent de 3.

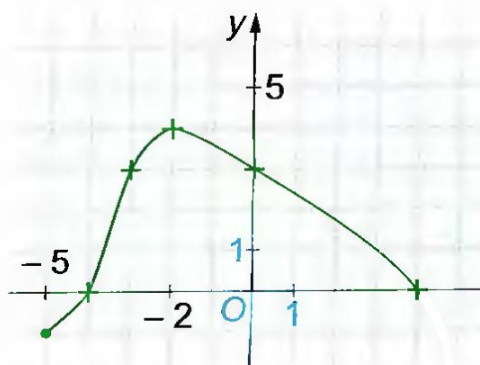
Application ② :

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

- $f(x) = 3x^3 - 5x^2 + x + 1$
- $f(x) = \frac{4x+3}{5x-2}$
- $f(x) = 2x^2 + 3x - 1$
- $f(x) = \frac{2x}{x^2-7x+6}$

Application ③ :

La figure ci-dessous représente la courbe d'une fonction f .



- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- 2) Déterminer les images par f des nombres suivants : -5, -4, -3, -2, 0 et 4.
- 3) Par f , quels sont les antécédents de 3, 0, -1 et de 5 ?

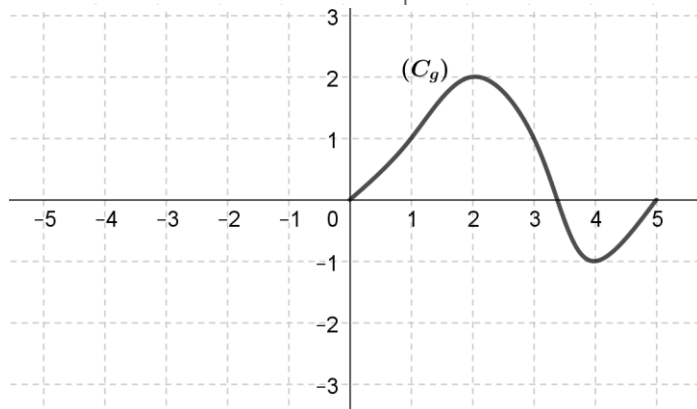
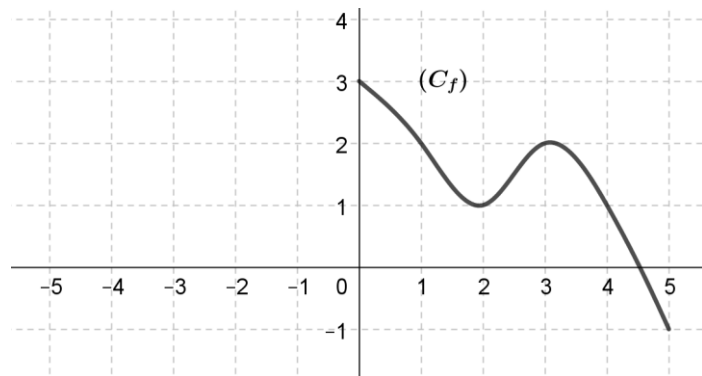
Application ④ :

Etudier la parité de fonctions suivantes :

$$f(x) = 3x^2 + 5, f(x) = 2x^5 - 3x, f(x) = \frac{x^3}{x^2+4}$$

Application ⑤ :

Considérons f et g les fonctions définies sur $[-5; 5]$ par ses courbes respectives (C_f) et (C_g) représentées ci-dessous :



Compléter (C_f) sachant que f est paire et (C_g) sachant que g est impaire.

Application ⑥ :

Soient f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -2x^2 + 5 \text{ et } g(x) = 2x^2 - 3.$$

- 1) Montrer que f est majorée par 5.
- 2) Montrer que g est minorée par -3.

Comparaison de deux fonctions -Interprétation

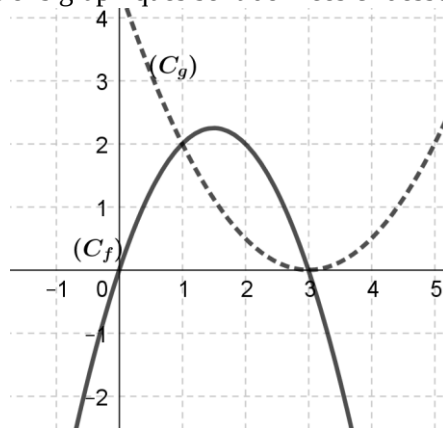
graphique :

Soient f et g deux fonctions et D un ensemble inclus dans $D_f \cap D_g$.

- Dire que pour tout $x \in D : f(x) > g(x)$ revient à dire que (C_f) est strictement au-dessus de (C_g) sur D .
- Dire que pour tout $x \in D : f(x) \leq g(x)$ revient à dire que (C_f) est au-dessous de (C_g) sur D .
- Dire que $f(a) = g(a)$ (avec $a \in D$) revient à dire que (C_f) et (C_g) se coupe au point d'abscisse a .

Application ⑦ :

Les fonctions f et g sont définies sur $\mathbb{R}$; leurs représentations graphiques sont données ci-dessous.



- 1) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.

2) Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

- $f(x) \leq g(x)$.
- $f(x) > g(x)$.

Remarque :

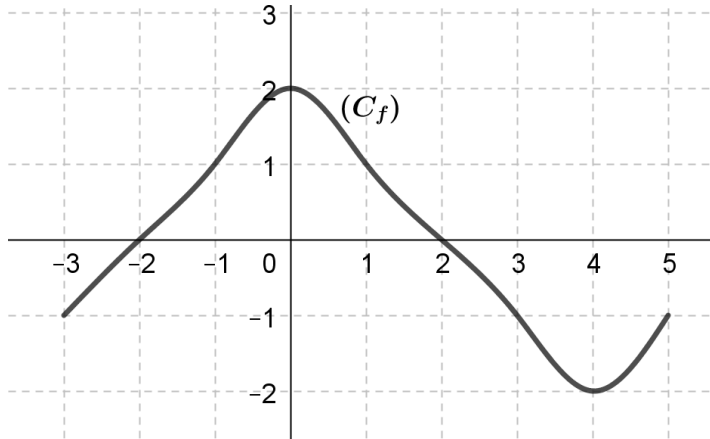
Soient f une fonction et $D \subset D_f$ et k un nombre réel.

Dire que pour tout $x \in D : f(x) > k$ revient à dire que (C_f) est strictement au-dessus de la droite d'équation : $y = k$ sur D .

Dire que pour tout $x \in D : f(x) \leq k$ revient à dire que (C_f) est au-dessous de la droite d'équation : $y = k$ sur D .

Application ③ :

Considérons f la fonction définie par sa courbe représentée ci-dessous :



1) Donner l'ensemble de définition de f .

2) Résoudre graphiquement les équations $f(x) = 0$ et $f(x) = -1$.

3) Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

- $f(x) < 0$.
- $f(x) \geq 0$.
- $f(x) > 1$.
- $f(x) \leq 1$.

Remarque :

Pour comparer deux fonctions f et g définies par leurs expressions, on peut étudier le signe de $f(x) - g(x)$ pour $x \in D$.

Application ④ :

Soient f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 \text{ et } g(x) = 4x - 3.$$

1) Donner D_f et D_g .

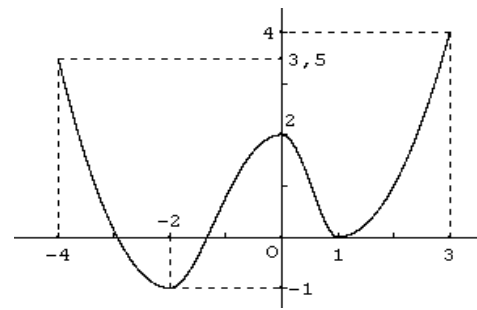
2) a) Vérifier pour tout $x \in \mathbb{R}$ que :

$$f(x) - g(x) = (x - 1)(x - 3).$$

b) Etudier le signe de $f(x) - g(x)$ sur $\mathbb{R}$ puis interpréter graphiquement les résultats.

Application ⑤ :

Dresser le tableau de variation de la fonction f représentée par sa courbe ci-dessous :



Application ⑥ :

Soit f une fonction définie par : $f(x) = x^2 + 2$ sur $\mathbb{R}$. Montrer que f est croissante sur $\mathbb{R}^+$ et décroissante sur $\mathbb{R}^-$.

Application ⑦ :

Soit f une fonction définie sur $[-2; 6]$ par son tableau de variations suivant :

x	-2	-1	0	$\frac{4}{3}$	6
$f(x)$	3		$\frac{1}{3}$		$\frac{5}{6}$
		-2		-1	

1) Donner l'image -2 et 0 et 6.

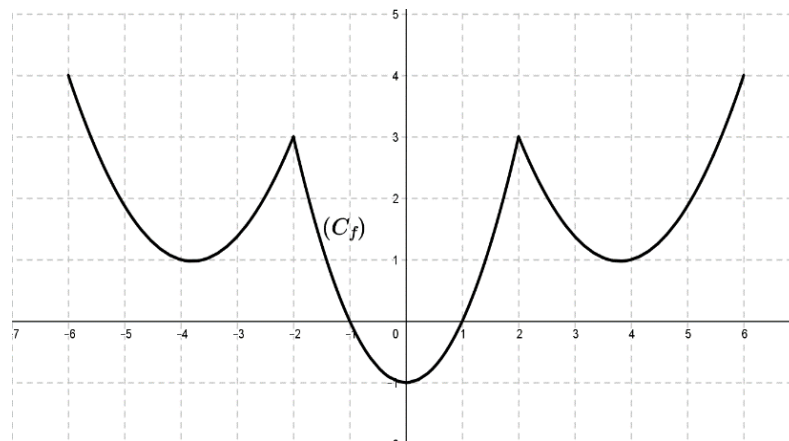
2) Déterminer la valeur maximale et la valeur minimale de f sur $[-2; 6]$.

3) Spécifier le nombre de fois où la courbe de f coupe l'axe des abscisses.

4) Déterminer le nombre d'antécédents des nombres : -2 et -1 et 1.

Exercice :

Considérons f la fonction définie par sa courbe représentée



ci-dessous :

1) Donner D_f .

2) Déterminer la parité de la fonction f .

3) Donner le tableau de variations de f .

4) Déterminer la valeur maximale et la valeur minimale de f sur D_f puis sur $[1; 5]$.

5) Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

- $f(x) < 0$.
- $f(x) \geq 0$.