

Extraits des concours des écoles supérieures

Question 1

Soit $f(x) = \sqrt{x^3 + 2x^2 + 3} - ax\sqrt{x + b}$ où a et b sont des réels.
 f admet une limite finie en $+\infty$ si et seulement si :

- A** $a > 0$ et $b > 0$ **D** $a = 1$ et $b = 0$
B $a = 1$ et $b > 0$
C $a = 1$ et $b = 2$ **E** $a > 0$ et $b = 0$

Question 2

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - (1 + \frac{x}{2})}{x^2}$ est égale à :

- A** $+\infty$ **D** 0
B $-\frac{1}{8}$
C $-\infty$ **E** $\frac{1}{8}$

Question 3

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 1} - \sqrt{x + 1}}{x}$ est égale à :

- A** $+\infty$ **D** 0
B $\sqrt{2}$ **E** n'existe pas
C $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Question 4

L'ensemble de définition de la fonction définie par $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 2x - 2}$ est :

- A** \mathbb{R}^+
B $\mathbb{R} - \{1 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}\}$
C \emptyset
D $[1 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}]$

E $[1 - \sqrt{3}, +\infty[$

Question 5

Soit h la fonction définie par
 $h(1) = a$ et $h(x) = \frac{\sin(\pi x)}{x-1}$ avec $x \neq 1$.
 La valeur de a pour que la fonction h soit continue en $x = 1$ est :

- A** $-\pi$ **D** $\frac{\pi}{2}$
B π
C $\sqrt{2}$ **E** $\frac{1}{2}$

Question 6

Soit f la fonction définie par

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - 6x - 7}{2x + 4} & ; x \leq 7 \\ f(x) = (x - a)^2 & ; x > 7 \end{cases}$$

Déterminer la valeur de a ($a > 7$) pour que la fonction f soit continue en $x = 7$ est :

Question 7

Soit f la fonction définie par

$$\begin{cases} f(x) = 2x^2 - 1 & ; x \leq 1 \\ f(x) = \alpha \frac{\sin(x^2 - 1)}{x - 1} & ; x > 1 \end{cases}$$

La valeur de α pour que la fonction f soit continue sur \mathbb{R} est :

- A** $\frac{1}{3}$ **D** $\frac{2}{3}$
B 2
C $\frac{1}{2}$ **E** $-\frac{1}{3}$

Question 8

L'ensemble de définition de la fonction définie par $f(x) = \sqrt{\frac{1 - \sin(x)}{1 + \sin(x)}}$ est :

- A \mathbb{R}
- B $\mathbb{R} - \{2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
- C $\mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
- D $\mathbb{R} - \left\{3\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
- E $\mathbb{R} - \left\{3\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Question 9

Soit f la fonction définie sur $[1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x}$. La valeur de $f^{-1}(1)$ est :

- A 1
- B $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$
- C $\frac{3 + \sqrt{7}}{2}$
- D $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$
- E 3

Question 10

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \sqrt[3]{8 - x^3}$. La fonction réciproque de la fonction f est définie par :

- A $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x^3 - 8}$
- B $f^{-1}(x) = (8 - \sqrt[3]{x})^3$
- C $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{8 - x^3}$
- D $f^{-1}(x) = (\sqrt[3]{x} - 8)^3$
- E $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x^3 + 8}$

Question 11

Calculer les limites suivantes :

- A $\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2}x + 2}{2x - 1}\right)$
- B $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3} - \sqrt{x^2 - x}}{\sqrt{2x}}$
- C $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x^2 + 1} - \sqrt{2x^2}$
- D $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 + \frac{x}{2} - 1}{3(x^2 - x - 2)}$

Question 12

La limite de la fonction $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 + 1} + x}{x}$ en $+\infty$ est égale à :

- A 0
- B 1
- C -1
- D $+\infty$
- E 2

Question 13

On considère la fonction g définie par $g(x) = \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$ pour $x \neq 0$ et $g(0) = \mu$. La valeur de μ pour que la fonction g soit continue en 0 est

- A 0
- B $-\frac{1}{2}$
- C $\frac{1}{4}$
- D $\frac{1}{2}$
- E $-\frac{1}{4}$

Question 14

Soit f la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} a + \frac{1 - \sqrt{1 + \sin(x)}}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{pour } x = 0 \end{cases}$

La valeur de a pour que la fonction f soit continue en 0 est :

A $-\frac{1}{2}$

C $\frac{1}{2}$

B 0

D 2

E -1

Question 15

Soit h la fonction définie par

$$h(x) = \begin{cases} \frac{\cos(x) - 1 - x \sin(3x)}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ a & \text{pour } x = 0 \end{cases}$$

La valeur de a pour que la fonction h soit continue en 0 est :

A $\frac{4}{3}$

C $-\frac{4}{3}$

D 0

B $\frac{7}{2}$

E $-\frac{7}{2}$

Question 16

$$\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + 6x - 7}} \text{ est égale à :}$$

A $+\infty$

D $3\frac{\sqrt{2}}{4}$

B $\sqrt{2}$

C $\frac{\sqrt{2}}{4}$

E 0

Question 17

L'ensemble de définition de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt[3]{-x^2}$

A $]-\infty; 0[$

B $]-\infty; 0]$

C \emptyset

D $\{0\}$

E $[0; +\infty[$

Question 18

L'ensemble de définition de la fonction f

$$\text{définie par } f(x) = \sqrt[3]{-\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 + \frac{\pi}{2}}$$

A $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$

C \emptyset

D $\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$

B $\mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$

E \mathbb{R}

Question 19

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(\pi x)}{1 - \cos \sqrt{\pi x}} \text{ est égale à :}$$

A 0

D π

B 2

C $\sqrt{\pi}$

E $-\pi$

Question 20

Si $f(x) = \sqrt[3]{4x + 2}$, alors $f^{-1}(x)$ est égale à :

A $f^{-1}(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{4x + 2}}$

B $f^{-1}(x) = \frac{x^3 - 2}{4}$

C $f^{-1}(x) = (4x + 2)^3$

D $f^{-1}(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{4x + 2}}$

E $f^{-1}(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{4x - 2}}$

Question 21

La courbe représentative de la fonction P définie sur $[0; 1]$ par $P(x) = x^5 + 3x^3 + 4x - 5$ coupe l'axe des abscisses en :

A Un unique point

B Deux points

C Trois points

D Aucun point

E Aucun des quartes réponses

Question 22

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par
$$f(x) = \sqrt{x^4 + 1} - (ax^2 + b) + \frac{1 - \cos(cx)}{x^2}$$
si $x \neq 0$ et $f(1) = 0$
Déterminer $a, b, c \in \mathbb{R}$ pour que la fonction f soit continue en 0 et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -3$