

Exercice 1

Calculer les limites :

$$1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 + 3x^3 - 7x^2 - 27x - 18}{x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 27x - 18}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^4 - 4x^2 + 3| - 3}{x^2 - 3x + 2}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 + x^4 + x^3 - 3}{x^{12} + x^{10} - 2}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2019} - 2019x + 2018}{(x-1)^2}$$

Exercice 2

Calculer les limites suivantes :

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - x - \sqrt{1+x}}{\sqrt{x+9} + 3x - 3}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{\sqrt{x} - \sqrt{2x^2}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{\sqrt{x^2} + x - 6}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} + 1}{\sqrt{3x+4} - 2}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{6-2x}}{\sqrt{3x+1} - \sqrt{9x-5}}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}}$$

Exercice 3

Calculer les limites suivantes :

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 7}}{2x + 3}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 3x + 1} - 3x$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 3x + 1} - 3x \quad 4) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 5x + 2} + x$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{\sqrt{x^2 - 4x} + \sqrt{x^2 - 16}}{\sqrt{x} - 4} \quad 6) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\sqrt{x^4} - x^3} - x$$

$$7) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 + 1} - \sqrt{x^4 - 1}}{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1}}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x}$$

Exercice 4

Soit m un paramètre réel et soit f_m la fonction

$$\text{définie par : } f_m(x) = \frac{mx^3 + (m+1)x^2 + 2m - 1}{x^2 - (1+m)x + m}$$

1) Déterminer D_m le domaine de définition de f_m

2) Etudier suivant les valeurs de m la limite de f_m en $+\infty$, puis en $-\infty$.

3) Etudier la limite de f_m en 1.

4) Etudier la limite de f_m en m si $m \geq \frac{1}{2}$.

Exercice 5

Soit $n \in \mathbb{N}$, calculer en fonction de n la limite

$$\text{suivante : } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{n+1} - (n+1)x + n}{(x-1)^2}.$$

Exercice 6

Déterminer les valeurs de a et de b sachant

$$\text{que } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 3x + 1} - ax - b) = 0.$$

Exercice 7

Considérons la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - (a+1)x - 2}{x-1}, \text{ si } x < 1 \\ f(x) = ax^2 - 2bx + 3, \text{ si } x \geq 1 \end{cases}$$

Déterminer les valeurs de a et de b sachant que f admet une limite en 1

Exercice 8

1) Calculer les limites $\lim_{x \rightarrow 0} xE\left(\frac{1}{x}\right)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} xE\left(\frac{1}{x}\right)$